

Appunti di ELETTRONICA - Capitolo 8

Amplificatori - Parte III

Stadi amplificatori a due transistori.....	1
Introduzione	1
Configurazione Darlington	1
<i>Dinamica di uscita della configurazione CC-CC</i>	7
<i>Connessione Darlington in tecnologia Bi-CMOS</i>	8
Configurazione CC-CE.....	10
Configurazione cascode (o CE-CB)	11
Determinazione del punto operativo	11
<i>Analisi di piccolo segnale</i>	13
Guadagno dello stadio invertente.....	15
<i>Esempio numerico</i>	17
<i>Configurazione cascode a FET e in tecnologia Bi-CMOS</i>	17
<i>Configurazione cascode con carico attivo (BJT)</i>	20
Configurazione cascode ripiegato	21

Stadi amplificatori a due transistori

INTRODUZIONE

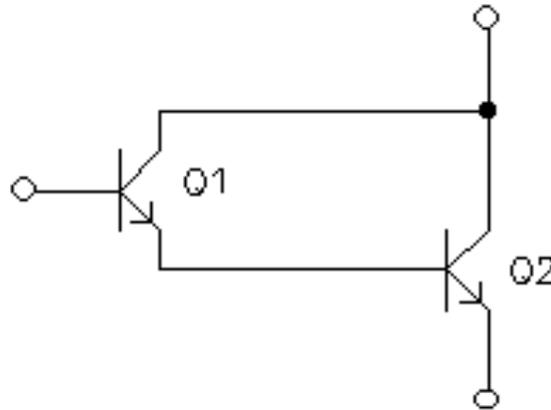
Come si è visto nei capitoli precedenti, gli amplificatori realizzabili con singoli dispositivi attivi non riescono a soddisfare contemporaneamente tutte le specifiche che si possono voler ottenere da un amplificatore lineare. Per questo motivo, la maggior parte degli amplificatori consiste di un certo numero di stadi in cascata, ciascuno dei quali presenta, tra ingresso ed uscita, un guadagno di tensione, un guadagno di corrente e/o una trasformazione del livello di impedenza. Questi circuiti possono essere analizzati considerando che ciascun transistoro costituisce uno “stadio” e studiando quindi il circuito come una connessione in cascata di stadi singoli. Tuttavia, certe combinazioni di 2 transistori si presentano con tale frequenza che risulta opportuno considerarle come dei **sottocircuiti a due transistori** e trattarle come singoli stadi quando compaiono negli amplificatori.

CONFIGURAZIONE DARLINGTON

Se consideriamo un generico transistoro bipolare npn, sappiamo che esso presenta, nella configurazione ad emettitore comune, una resistenza di ingresso $r_{\pi} = \beta/g_m$, una resistenza di uscita r_o ed un guadagno di corrente, nella configurazione a inseguitore di tensione, pari approssimativamente

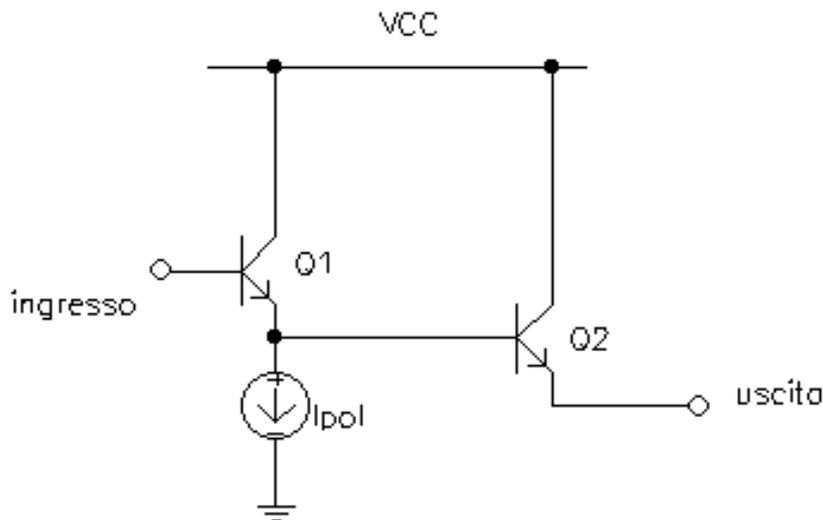
a $\beta+1$. La **configurazione Darlington** prevede l'utilizzo di un ulteriore transistor al fine di aumentare il guadagno di corrente e la resistenza di ingresso del transistor bipolare base.

La connessione è indicata nella figura seguente:



Si tratta di un dispositivo composto costituito da due transistori in cui i collettori sono connessi direttamente tra di loro e l'emettitore del primo dispositivo comanda la base del secondo. Il risultato è un *transistore composto a tre terminali che viene di solito utilizzato nella configurazione CC*.

Cerchiamo di capire quale sia il vantaggio di usare questo transistor composto al posto del singolo BJT npn; in particolare, ci interessa l'impiego come *inseguitore di emettitore*, cioè come equivalente dello stadio a collettore comune:



In quest'ultima configurazione, la connessione Darlington è anche nota come **configurazione CC-CC**, che sta per Collettore Comune - Collettore Comune, in conseguenza del fatto che si tratta di due stadi a collettore comune posti in cascata.

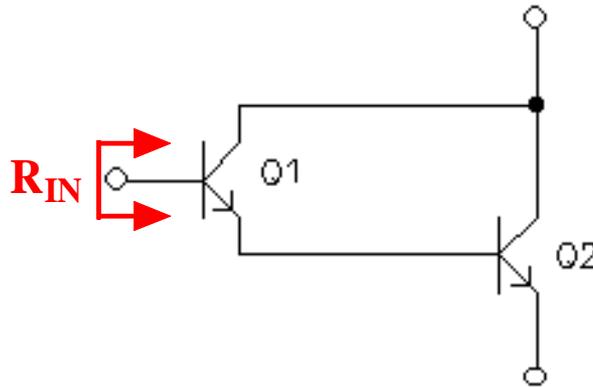
Facciamo allora una analisi delle correnti nei due transistor. Partiamo dall'ipotesi che la rete di polarizzazione, nella quale la connessione Darlington è inserita, sia tale che entrambi i BJT siano polarizzati in ZAD; indicata con I la corrente statica di base di Q_1 , la corrente di emettitore di Q_1 stesso sarà approssimativamente $I_{E1}=(\beta_1+1)I$, dove β_1 è il guadagno di Q_1 ; questa corrente, trascurando per il momento la corrente I_{pol} , va in ingresso alla base di Q_2 , per cui la corrente di emettitore di quest'ultimo, che potremmo definire come la corrente di emettitore del transistor complessivo, sarà

$$I_{E2} = (\beta_2 + 1)I_{B2} = (\beta_2 + 1)(\beta_1 + 1)I_{B1} = (\beta_2 + 1)(\beta_1 + 1)I$$

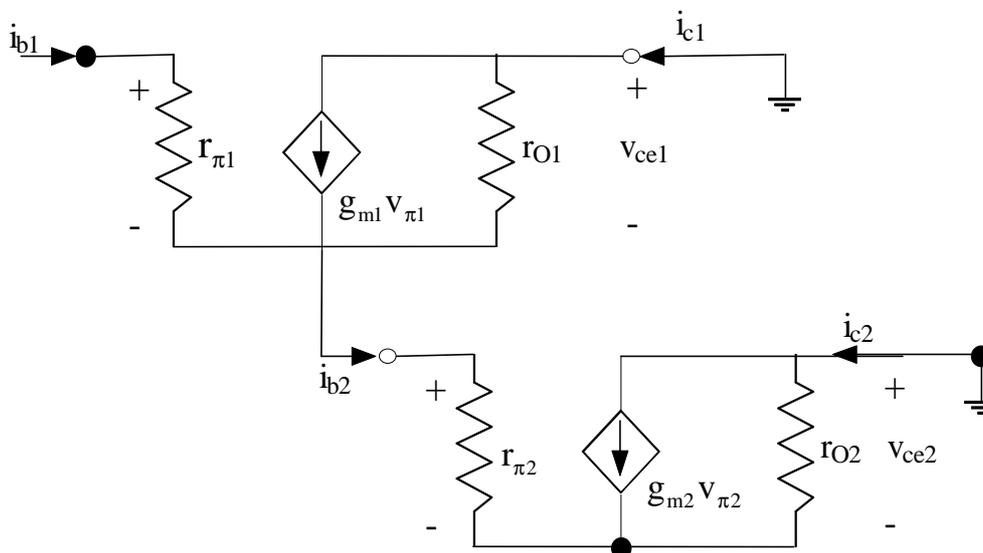
Quindi, la corrente di ingresso viene amplificata di un fattore $(\beta_2 + 1)(\beta_1 + 1)$, mentre invece, se non ci fosse stato Q2 ma solo Q1, lo sarebbe stata di un fattore $(\beta_1 + 1)$. Concludiamo, quindi, che **la configurazione Darlington comporta un aumento del guadagno di corrente dei transistori bipolari.**

Possiamo anche valutare la resistenza di ingresso e quella di uscita della configurazione Darlington, in modo da confrontarle con quelle del singolo stadio inseguitore di tensione, che ricordiamo essere pari, rispettivamente, a $r_\pi(1 + g_m R_E)$ e a $1/g_m$.

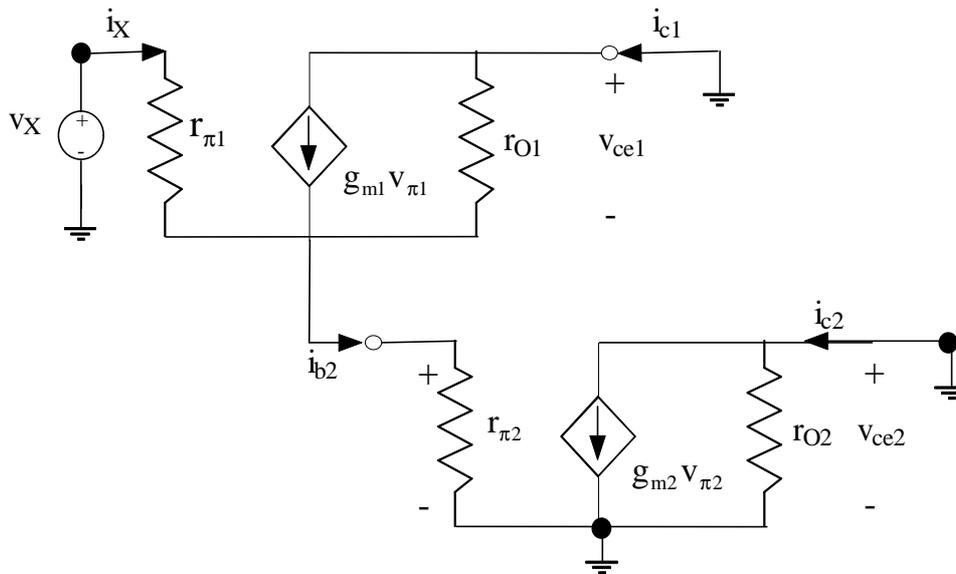
Cominciamo dal calcolo della resistenza di ingresso vista dalla base:



Per calcolare la suddetta resistenza, dobbiamo cortocircuitare le alimentazioni (il che comporta che i due collettori e l'emettitore siano posti a massa) per poi sostituire, ai due BJT, i rispettivi circuiti equivalenti per piccolo segnale. Avendo cura di porre l'emettitore di Q1 in serie alla base di Q2 e di porre i collettori dei due transistor alla tensione di massa (visto che l'alimentazione va cortocircuitata), abbiamo quanto segue:



Adesso, applicando la semplice definizione di resistenza di ingresso, dobbiamo porre un generatore di tensione v_X al terminale di base di Q1, determinare la corrente i_X che fluisce in tale generatore e calcolare quindi il rapporto v_X/i_X :



Applicando la LKT, abbiamo che la tensione v_X si ripartisce tra le resistenze $r_{\pi 1}$ e $r_{\pi 2}$: la prima è attraversata dalla corrente i_X , mentre la seconda da i_{b2} , per cui

$$v_X = v_{\pi 1} + v_{\pi 2} = r_{\pi 1} i_X + r_{\pi 2} i_{b2}$$

Dobbiamo calcolare la corrente i_{b2} che attraversa $r_{\pi 2}$: trascurando la resistenza di uscita r_{O1} di Q1 (cioè supponendo $r_{O1} = \infty$), si tratta semplicemente della corrente $i_X + g_{m1} v_{\pi 1}$, per cui

$$v_X = r_{\pi 1} i_X + r_{\pi 2} (i_X + g_{m1} v_{\pi 1}) = r_{\pi 1} i_X + r_{\pi 2} (i_X + g_{m1} r_{\pi 1} i_X) = [r_{\pi 1} + r_{\pi 2} (1 + g_{m1} r_{\pi 1})] i_X$$

Possiamo adesso fare il rapporto tra v_X ed i_X : ricordando che la resistenza di ingresso del generico BJT vale $r_{\pi} = \beta / g_m$, abbiamo che

$$R_{IN} = \frac{v_X}{i_X} = r_{\pi 1} + r_{\pi 2} (1 + g_{m1} r_{\pi 1}) = r_{\pi 1} + r_{\pi 2} (1 + \beta_1)$$

Già questa formula consente di osservare l'aumento della resistenza di ingresso rispetto al valore $r_{\pi 1}$ del solo Q1. Possiamo però fare qualche ulteriore passaggio: sempre ricordando che $r_{\pi} = \beta / g_m$, possiamo infatti scrivere che

$$R_{IN} = \frac{\beta_1}{g_{m1}} + \frac{\beta_2}{g_{m2}} (\beta_1 + 1)$$

Applicando inoltre la definizione di transconduttanza, abbiamo che $g_m = I_C / V_T$: tenendo conto che i due dispositivi hanno una diversa corrente di collettore, possiamo dunque scrivere che

$$R_{IN} = V_T \left[\frac{\beta_1}{I_{C1}} + \frac{\beta_2}{I_{C2}} (\beta_1 + 1) \right]$$

Dato che $I_{C2} = \beta_2 I_{C1}$, abbiamo che

$$R_{IN} = V_T \left[\frac{\beta_1}{I_{C1}} + \frac{\beta_2}{\beta_2 I_{C1}} (\beta_1 + 1) \right] = V_T \left[\frac{\beta_1}{I_{C1}} + \frac{\beta_1 + 1}{I_{C1}} \right] \cong 2V_T \frac{\beta_1}{I_{C1}} = 2 \frac{\beta_1}{g_{m1}}$$

per cui la resistenza di ingresso assume l'espressione

$$R_{IN} \cong 2r_{\pi 1}$$

Quindi, *rispetto alla $r_{\pi 1}$ del singolo transistor, la resistenza di ingresso è praticamente raddoppiata.*

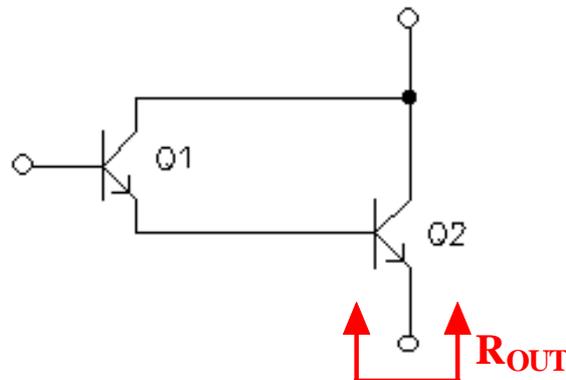
Tanto per avere un ordine di grandezza, supponiamo che i due BJT abbiano un guadagno $\beta=100$, che per entrambi (in particolare per Q1) si possa ritenere $r_o=\infty$ e che le rispettive correnti di polarizzazione siano $I_{C1}=11\mu\text{A}$ e $I_{C2}=1100\mu\text{A}$: sotto queste ipotesi, risulta

$$r_{\pi 1} = \frac{\beta_1}{g_{m1}} = \frac{100}{11\mu\text{A} / 26\text{mV}} = 236\text{k}\Omega \longrightarrow R_{IN} \cong r_{\pi 1} + r_{\pi 2} (\beta_1 + 1) = 474\text{k}\Omega$$

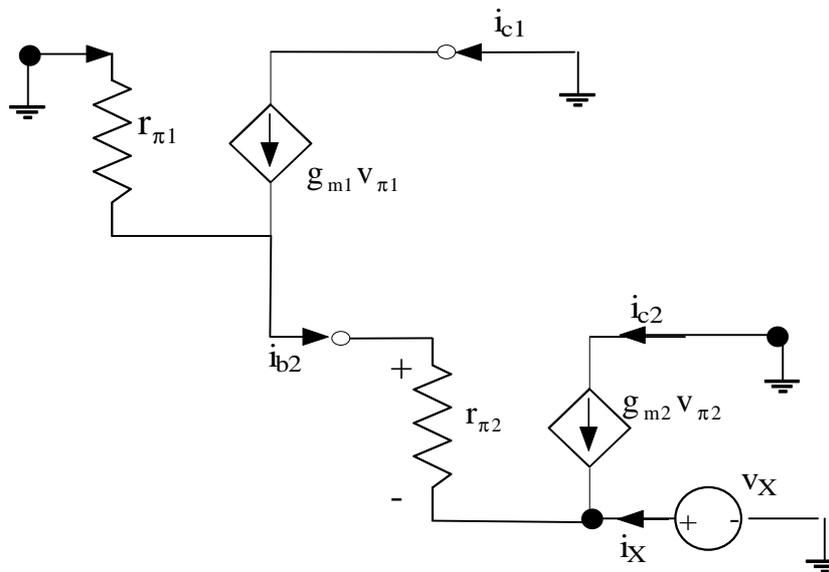
$$r_{\pi 2} = \frac{\beta_2}{g_{m2}} = \frac{100}{1100\mu\text{A} / 26\text{mV}} = 2.36\text{k}\Omega$$

Abbiamo cioè una resistenza di ingresso praticamente doppia rispetto alla $r_{\pi 1}$.

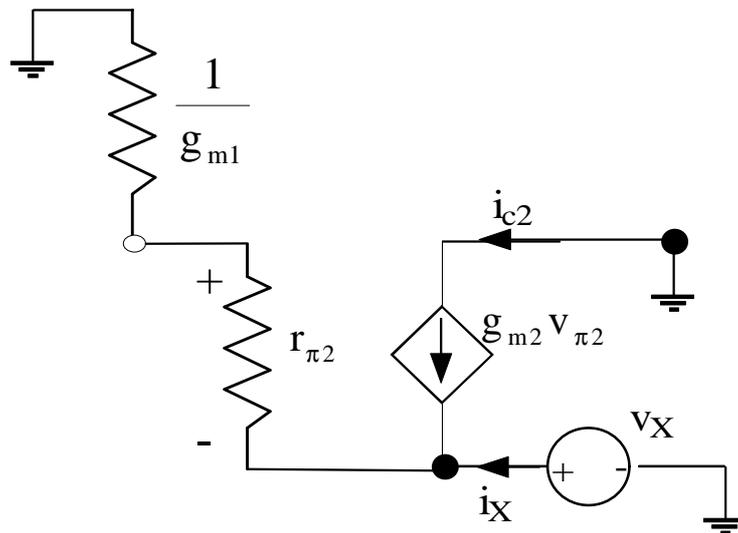
Passiamo infine al calcolo della resistenza di uscita vista dal terminale di emettitore:



Dopo aver posto a massa i due collettori e la base, consideriamo il circuito equivalente utilizzato prima, ponendo un generatore di tensione v_X in serie al terminale di emettitore di Q2 e trascurando, per semplicità, le resistenze di uscita r_{o1} e r_{o2} dei due transistor:



Per prima cosa, ci accorgiamo subito che la resistenza vista guardando dentro l'emettitore di Q1 è $1/g_{m1}$, per cui il circuito si può ridisegnare nel modo seguente:



In modo del tutto analogo, la resistenza vista guardando dentro l'emettitore di Q2, ossia la R_{OUT} che stiamo cercando, vale

$$R_{OUT} = \frac{r_{\pi 2} + \frac{1}{g_{m1}}}{\beta_2 + 1} = \frac{r_{\pi 2}}{\beta_2 + 1} + \frac{1}{(\beta_2 + 1)g_{m1}} \cong \frac{1}{g_{m2}} \frac{1}{\beta_2 g_{m1}}$$

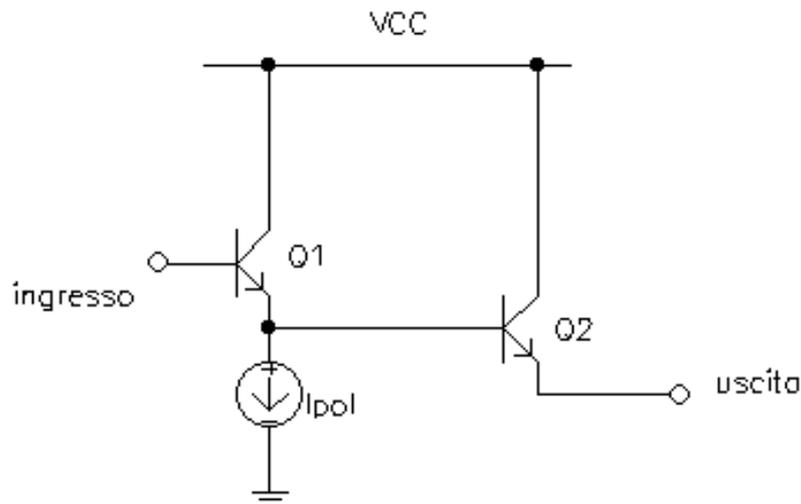
Ricordando adesso che $I_{C2} = \beta_2 I_{C1}$, deduciamo che $g_{m2} = \beta_2 g_{m1}$, per cui concludiamo che

$$R_{OUT} \cong \frac{2}{g_{m2}}$$

In definitiva, abbiamo ottenuto, rispetto allo stadio inseguitore di tensione a singolo transistor, un miglioramento del guadagno di corrente e soprattutto della resistenza di ingresso, per cui la connessione Darlington rappresenta un ottimo stadio inseguitore di tensione.

Dinamica di uscita della configurazione CC-CC

Consideriamo dunque la configurazione Darlington impiegata come inseguitore di tensione:



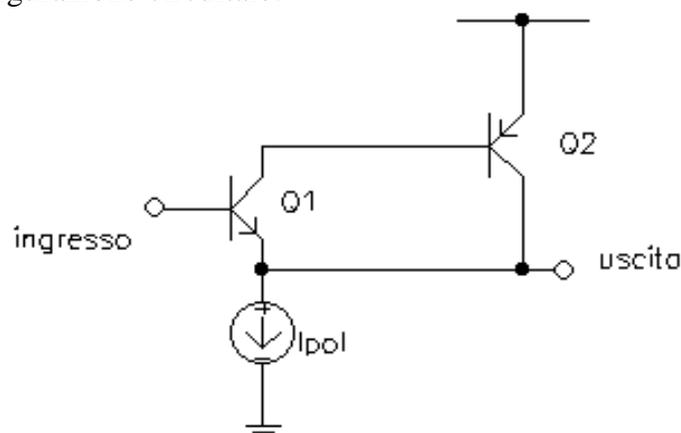
Ci interessa studiare la dinamica di uscita di questa configurazione, ossia il range di valori $[V_{O,\min}, V_{O,\max}]$ entro il quale può variare la tensione di uscita V_O :

- per quanto riguarda il valore massimo della tensione di uscita, deve essere ovviamente tale da non portare Q2 in saturazione, per cui sarà $V_{O,\max} = V_{CC} - V_{CE,\text{sat}} \cong V_{CC} - 0.2V$, così come accade nel classico inseguitore di tensione;
- per quanto riguarda, invece, il limite inferiore, dobbiamo considerare che il circuito riportato poco fa funziona solo a patto che sull'emettitore di Q2 ci sia una resistenza o un altro transistor: se c'è la resistenza, il valore $V_{O,\min}$ è quello della alimentazione negativa $-V_{EE}$, mentre, se c'è il transistor, risulterà $V_{O,\min} = -V_{EE} + V_{CE,\text{sat}}$.

Si osserva, inoltre, che, fintantoché i due BJT sono in ZAD, essi hanno una V_{BE} pari a circa $2V_\gamma$ e quindi, applicando la LKT, possiamo scrivere

$$V_O = V_i + 2V_\gamma$$

Volendo usare lo stadio come inseguitore di tensione, è ovvio che questa differenza di $2V_\gamma$ tra ingresso ed uscita non è molto opportuna. Allora, un modo per ridurre tale differenza è quello di adottare quest'altra configurazione circuitale:



In pratica, il BJT Q2, che era un npn, è stato ora sostituito con un BJT pnp: il funzionamento del circuito è all'incirca lo stesso rispetto a prima, ma si osserva che la differenza tra la tensione di uscita e quella di ingresso è adesso di una sola V_γ in quanto corrisponde alla V_{BE} del solo Q1.

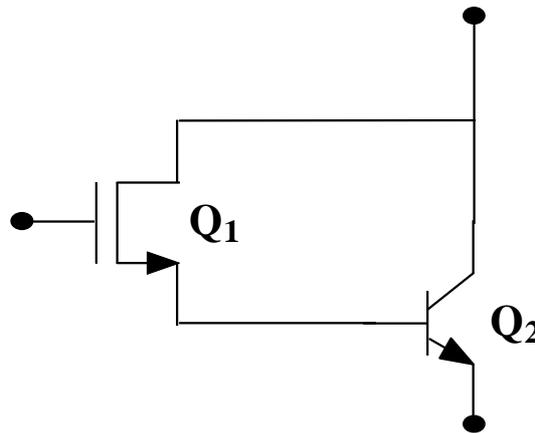
Proviamo a calcolare il guadagno di corrente I_{C2}/I_{B1} : la corrente statica di collettore di Q1 è $I_{C1} = \beta_1 I_{B1}$; questa corrente va in ingresso alla base di Q2, per cui la corrente di collettore di quest'ultimo sarà $I_{C2} = \beta_2 I_{B2} = \beta_2 \beta_1 I_{B1}$, di modo che il guadagno di corrente risulta essere pari a

$\frac{I_{C2}}{I_{B1}} = \beta_2 \beta_1$, e cioè un valore molto prossimo al valore $(\beta_2 + 1)(\beta_1 + 1)$ trovato quando anche Q2 era un npn.

Connessione Darlington in tecnologia Bi-CMOS

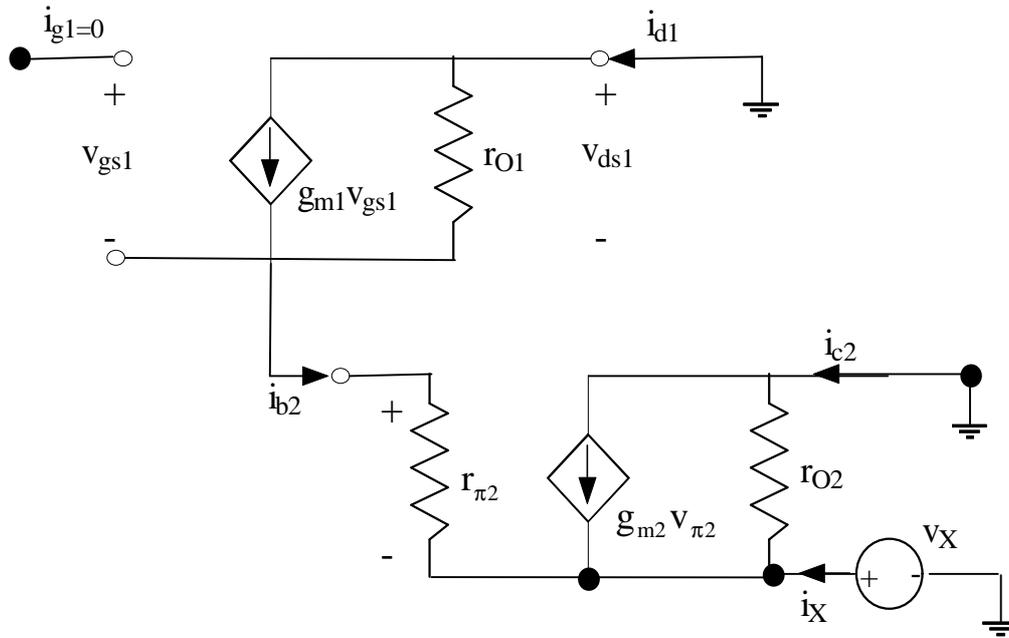
La configurazione Darlington non trova alcuna significativa applicazione nei circuiti realizzati interamente mediante transistori FET: il motivo è chiaramente nel fatto che i FET non assorbono corrente di gate, per cui sarebbe inutile collegare il source di M1 con il gate di M2.

Al contrario, nelle tecnologie **Bi-CMOS** (le quali uniscono transistori bipolari a transistori MOSFET, sia a canale n sia a canale p), si usa spesso realizzare il transistore Q1 mediante un MOSFET:



Il vantaggio di questa configurazione è chiaramente nel fatto che la resistenza di ingresso dello stadio è adesso ∞ , in conseguenza del fatto che è ∞ quella del MOSFET Q1. Risulta d'altra parte ∞ anche il guadagno di corrente, visto che il MOSFET non assorbe corrente di gate, per cui la connessione è utilizzabile solo come amplificatore di tensione. Infine, è ancora possibile sfruttare l'elevato valore della transconduttanza assicurato dal transistore bipolare.

Possiamo verificare, infine, eventuali variazioni sulla resistenza di uscita, ossia la resistenza vista dall'emettitore di Q2:



Applicando la LKC al nodo di emettitore di Q2 e trascurando, per semplicità, la r_{O2} , otteniamo che

$$i_X = g_{m2} v_{\pi 2} + i_{b2} = (g_{m2} r_{\pi 2} + 1) i_{b2} = (\beta_2 + 1) i_{b2}$$

Applicando adesso la LKC al nodo di source di M1 e trascurando anche qui la r_{O1} , abbiamo che

$$i_{b2} = g_{m1} v_{gs}$$

Per calcolare la tensione v_{gs1} che pilota M1, ci basta applicare la LKT:

$$v_X = v_{gs1} + v_{\pi 2} = v_{gs1} + r_{\pi 2} i_{b2} \longrightarrow v_{gs1} = v_X - r_{\pi 2} i_{b2}$$

Andando a sostituire nell'espressione di i_{b2} , abbiamo dunque che

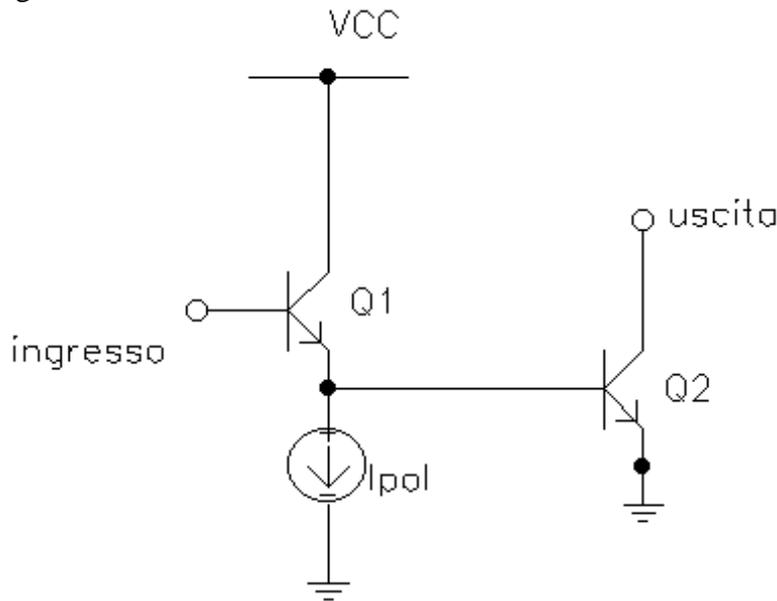
$$i_{b2} = g_{m1} v_{gs} = g_{m1} (v_X - r_{\pi 2} i_{b2}) \longrightarrow i_{b2} = \frac{g_{m1}}{1 + g_{m1} r_{\pi 2}} v_X$$

Infine, tornando all'espressione di i_X , abbiamo che

$$i_X = (\beta_2 + 1) \frac{g_{m1}}{1 + g_{m1} r_{\pi 2}} v_X \longrightarrow \boxed{R_{OUT} = \frac{v_X}{i_X} = (\beta_2 + 1) \frac{g_{m1}}{1 + g_{m1} r_{\pi 2}}}$$

CONFIGURAZIONE CC-CE

La **configurazione collettore comune - emettitore comune** (brevemente **CC-CE**) è indicata nella figura seguente:

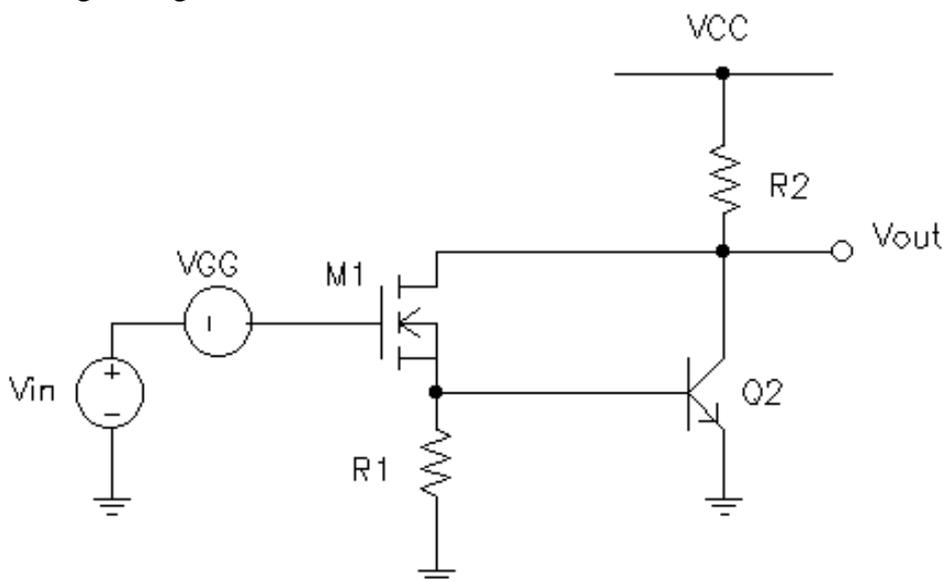


Rispetto alla configurazione Darlington, l'uscita è in questo caso prelevata dal collettore di Q2, che ovviamente non è più connesso direttamente all'alimentazione.

Il generatore di corrente I_{pol} serve a fissare la corrente continua di riposo (cioè nel punto di lavoro) di Q1 nella configurazione a inseguitore di emettitore. Tale generatore può mancare in alcuni casi oppure può essere semplicemente sostituito da un resistore.

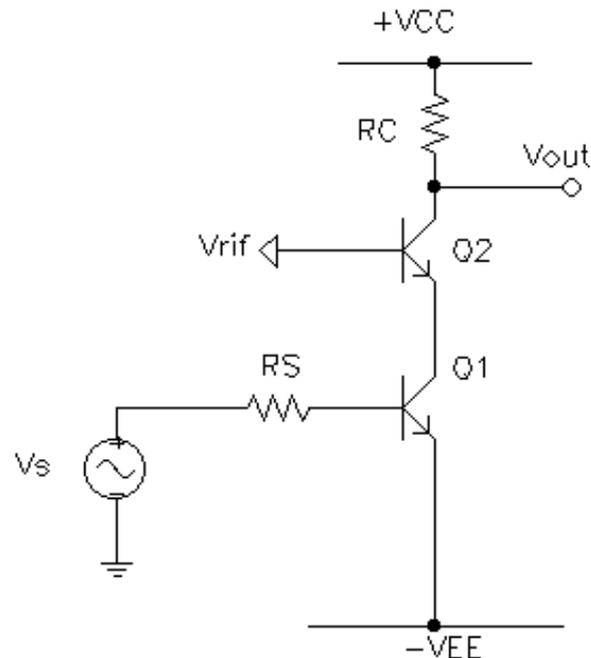
Ancora una volta, l'effetto del transistor Q1 è quello di aumentare il guadagno di corrente attraverso lo stadio e di aumentare la resistenza di ingresso.

La configurazione CC-CE viene anche impiegata in tecnologia Bi-CMOS. Un esempio è quello rappresentato nella figura seguente:



CONFIGURAZIONE CASCODE (O CE-CB)

La cosiddetta **configurazione cascode** è indicata nella figura seguente (nella quale sono usati due BJT npn):



In particolare, si parla in questo caso di **cascode telescopico**, per distinguerlo dal *cascode ripiegato* che sarà introdotto più avanti.

Si osserva facilmente che abbiamo uno stadio ad emettitore comune (quello che fa capo a Q1) il cui collettore fa da ingresso per uno stadio a base comune (quello che fa capo a Q2) ed è per questo che si parla anche di **configurazione emettitore comune - base comune** (brevemente **CE-CB**).

La caratteristica principale di questa configurazione, come approfondiremo tra un attimo, è quella di una resistenza di uscita molto alta; questo rappresenta un vantaggio per almeno due ragioni:

- in primo luogo, da quanto abbiamo studiato a suo tempo circa lo stadio ad emettitore comune con carico attivo pnp, sappiamo che la resistenza di uscita elevata consente di ottenere un guadagno di tensione particolarmente elevato perché legato al valore della resistenza di uscita del carico stesso.
- in secondo luogo, avere una R_O molto alta consente di ottenere un buon amplificatore in transconduttanza.

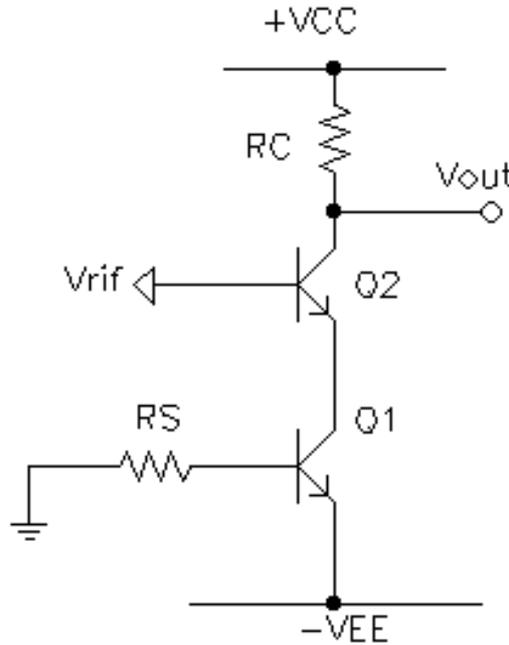
Vedremo invece (ma lo si intuisce direttamente dal circuito) che la resistenza di ingresso è ancora r_{π} (in particolare quella di Q1).

DETERMINAZIONE DEL PUNTO OPERATIVO

Vediamo i principali passaggi per la determinazione del punto operativo della connessione cascode.

Intanto, nell'individuazione del punto operativo, non ci interessa il segnale variabile v_s applicato in ingresso, per cui lo cortocircuitiamo. A questo punto, la tensione di base differisce da 0V a causa della presenza della R_S e quindi della caduta di tensione $R_S I_{B1}$ su tale resistenza. Lo scopo della

alimentazione negativa $-V_{EE}$ è proprio quello di garantire che la giunzione base-emettitore di Q1 sia polarizzata positivamente.



Applicando la LKT alla maglia di ingresso, si ottiene dunque

$$R_S I_{B1} + V_{BE} = V_{EE} \longrightarrow I_{B1} = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_S} \longrightarrow I_{C1} = \beta \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_S}$$

dove abbiamo ovviamente supposto che Q1 sia in ZAD è che Q1 e Q2 abbiano lo stesso guadagno β . A questo punto, considerando che $I_{C1} = I_{E2} \cong I_{C2}$, possiamo scrivere, trascurando l'effetto Early, che

$$V_{BE2} = V_T \ln \frac{I_{C2}}{I_S}$$

Considerando inoltre che la tensione di base di Q2 è fissa sul valore V_{rif} , possiamo calcolarci la tensione $V_{E2} = V_{C1}$:

$$V_{BE2} = V_{B2} - V_{E2} = V_{rif} - V_{E2} \longrightarrow V_{E2} = V_{C1} = V_{rif} - V_{BE2} = V_{rif} - V_T \ln \frac{I_{C2}}{I_S}$$

Infine, nota la I_{C2} , possiamo calcolarci la tensione di uscita:

$$V_O = V_{C2} = V_{CC} - R_C I_{C2}$$

Osserviamo che la tensione V_{rif} serve a evitare che Q1 vada in saturazione: infatti, mentre la tensione V_{E1} è fissa sul valore $-V_{EE}$, la tensione V_{C1} (che coincide con V_{E2}) è 0.7V sotto la V_{rif} . Se, ad esempio, fosse $V_{rif} = 0$, risulterebbe $V_{C1} = -0.7V$ e questo valore potrebbe non essere sufficiente per garantire la condizione $V_{CE1} > V_{CE,sat}$ necessaria al funzionamento di Q1 in zona attiva diretta.

Andiamo a vedere con precisione quale sia la *dinamica di uscita* della configurazione:

- per quanto riguarda il limite inferiore, possiamo fare il seguente ragionamento: considerato il transistor Q2, se la sua base è a tensione fissa V_{rif} e esso funziona in zona attiva diretta,

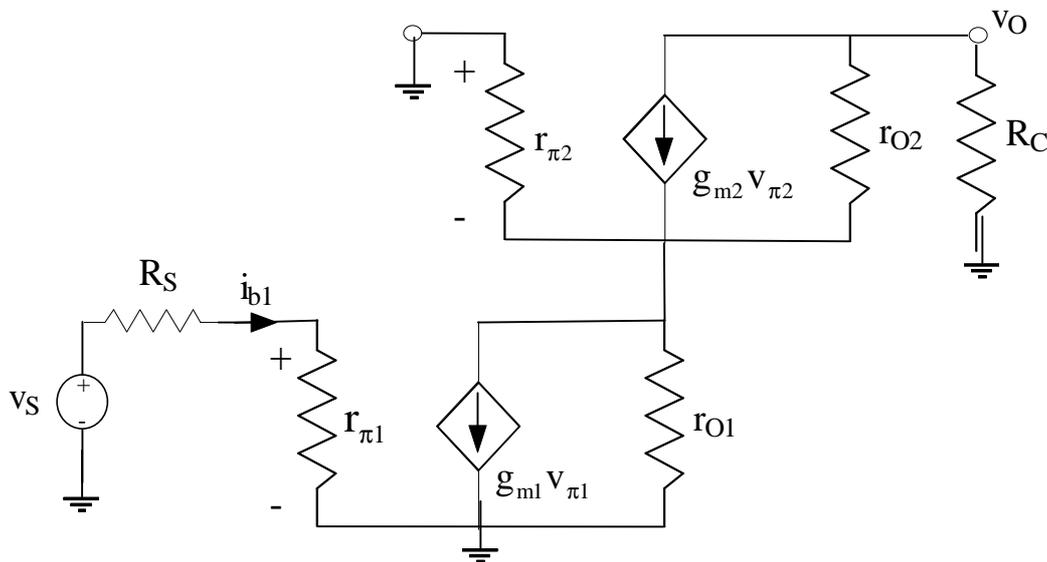
l'emettitore (che poi coincide con il collettore di Q1) è a tensione $V_{rif} - V_\gamma$; allora, affinché Q2 non passi in saturazione, la tensione di collettore deve essere almeno V_{CEsat} sopra tale valore, per cui deduciamo che $V_{O,min} = V_{rif} - V_\gamma + V_{CE,sat}$;

- per quanto riguarda, invece, il limite superiore, essendo il carico costituito da una resistenza, si tratta chiaramente della V_{CC} , per cui $V_{O,max} = V_{CC}$.

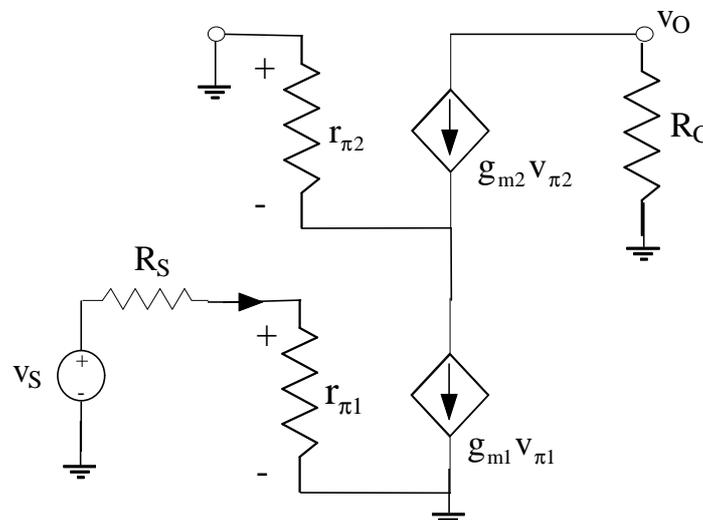
Abbiamo dunque una dinamica più ridotta rispetto allo stadio invertente a singolo transistor, la cui tensione di uscita può variare approssimativamente nell'intervallo $[V_{CC}, V_{CE,sat}]$.

Analisi di piccolo segnale

Per effettuare l'*analisi di piccolo segnale*, dobbiamo cortocircuitare le tensioni di alimentazione e sostituire ai singoli BJT i rispettivi circuiti equivalenti per piccolo segnale. Avendo cura di porre il collettore di Q1 in serie all'emettitore di Q2, il circuito che viene fuori è il seguente:



Questo circuito può essere anche semplificato ritenendo le resistenze r_{O1} e r_{O2} sufficientemente alte da poter essere trascurate:



Calcoliamo per prima cosa il guadagno di tensione $A_V = v_O/v_S$ dello stadio.

La tensione di uscita v_O è quella ai capi di R_C , la quale è attraversata dalla corrente $-g_{m2}v_{\pi2}$, per cui

$$v_O = -R_C g_{m2} v_{\pi2}$$

La tensione $v_{\pi2}$ è frutto della corrente $g_{m1}v_{\pi1} - g_{m2}v_{\pi2}$ che attraversa la resistenza $r_{\pi2}$ cambiata di segno:

$$v_{\pi2} = r_{\pi2} (g_{m1} v_{\pi1} - g_{m2} v_{\pi2}) \longrightarrow v_{\pi2} = \frac{r_{\pi2} g_{m1}}{1 + r_{\pi2} g_{m2}} v_{\pi1} = \frac{r_{\pi2} g_{m1}}{1 + \beta_2} v_{\pi1}$$

Sostituendo quindi nell'espressione di v_O , otteniamo

$$v_O = -R_C g_{m2} \frac{r_{\pi2} g_{m1}}{1 + \beta_2} v_{\pi1}$$

La tensione $v_{\pi1}$ non è altro che la partizione di v_S su $r_{\pi1}$, per cui

$$v_{\pi1} = \frac{r_{\pi1}}{R_S + r_{\pi1}} v_S = \frac{1}{\frac{R_S}{r_{\pi1}} + 1} v_S$$

per cui, tornando nell'espressione di v_O , otteniamo che

$$v_O = -R_C g_{m2} \frac{r_{\pi2} g_{m1}}{1 + \beta_2} \frac{1}{\frac{R_S}{r_{\pi1}} + 1} v_S = -R_C g_{m1} \frac{\beta_2}{1 + \beta_2} \frac{1}{\frac{R_S}{r_{\pi1}} + 1} v_S$$

Possiamo infine calcolare il guadagno di tensione:

$$A_V = \frac{v_O}{v_S} = -R_C g_{m1} \frac{\beta_2}{1 + \beta_2} \frac{1}{\frac{R_S}{r_{\pi1}} + 1}$$

Se facciamo l'ipotesi che il guadagno β_2 di Q2 sia sufficientemente elevato, possiamo porre $\beta_2 \cong \beta_2 + 1$, per cui il guadagno diventa

$$A_V \cong -R_C g_{m1} \frac{1}{\frac{R_S}{r_{\pi1}} + 1}$$

Se, inoltre, riteniamo la resistenza serie R_S di segnale sufficientemente più piccola della resistenza di ingresso $r_{\pi1}$ di Q1, possiamo concludere che il **guadagno di tensione** della configurazione cascode vale

$$\boxed{A_V \cong -R_C g_{m1}}$$

Questo è esattamente il valore del guadagno che si avrebbe se non ci fosse il transistor Q2, cioè il *guadagno tipico di uno stadio invertente*: questo fatto ci dice che, per il momento, questo stadio non presenta sostanziali differenze rispetto allo stadio ad emettitore comune.

Guadagno dello stadio invertente

E' interessante calcolare il guadagno di tensione del solo stadio ad emettitore comune presente nella configurazione cascode.

In primo luogo, ci ricordiamo che la formula generale del guadagno di tensione di uno stadio ad emettitore comune è

$$A_v = - \frac{1}{\frac{1}{g_m} + \frac{R_s}{\beta}} \frac{1}{R_C + r_o}$$

dove R_s è la resistenza serie del segnale in ingresso, β il guadagno del transistor, g_m la sua transconduttanza, r_o la sua resistenza di uscita ed R_C il carico. Applicando allora quella formula al nostro caso, dobbiamo semplicemente tener conto che il carico per lo stadio non è più un carico passivo, ma uno attivo costituito da uno stadio inseguitore di corrente (CB): ricordando che la resistenza di ingresso di uno stadio CB è $1/g_m$, abbiamo dunque che

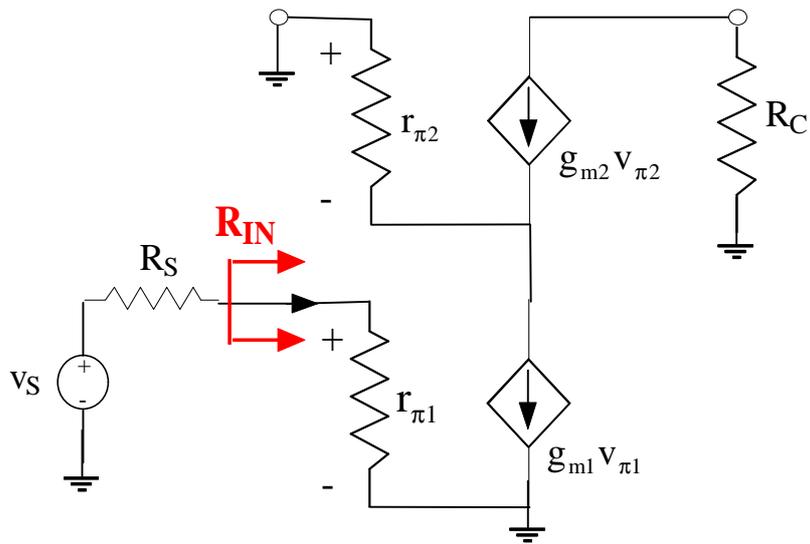
$$A_{v,Q1} = - \frac{1}{\frac{1}{g_{m1}} + \frac{R_s}{\beta_1}} \frac{1}{g_{m2} + \frac{1}{r_{o1}}}$$

Se facciamo l'ipotesi che β_1 ed r_{o1} siano molto elevati e che R_s sia molto piccola, quella formula diventa semplicemente

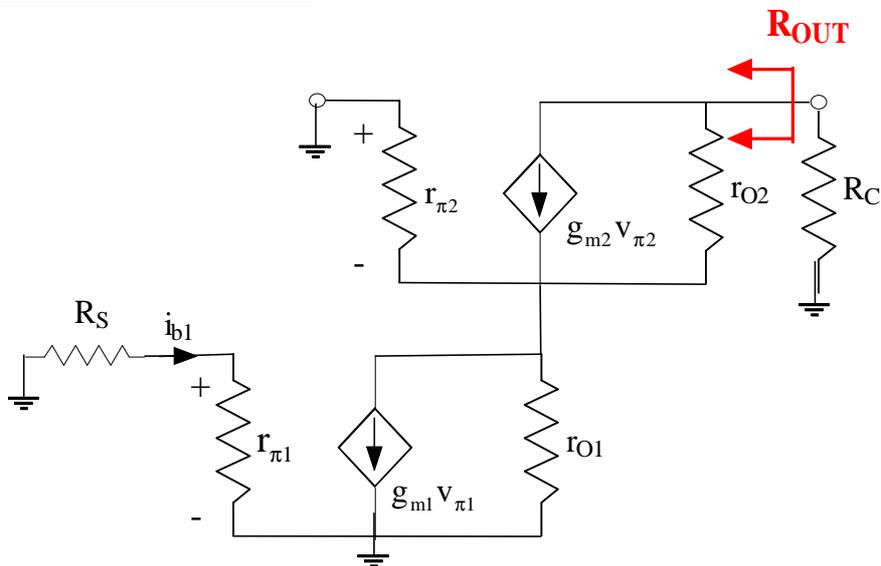
$$A_{v,Q1} = - \frac{g_{m1}}{g_{m2}}$$

Considerando anche che la transconduttanza dei due transistor non differisce mai in modo sensibile, deduciamo che **lo stadio invertente della configurazione cascode ha un guadagno pressochè unitario**. Quindi, l'uscita dello stadio invertitore è una tensione praticamente identica alla tensione v_s in ingresso.

A ben vedere, rispetto allo stadio ad emettitore comune non cambia nemmeno la resistenza di ingresso, che è sempre pari alla $R_{IN} = r_{\pi 1}$:

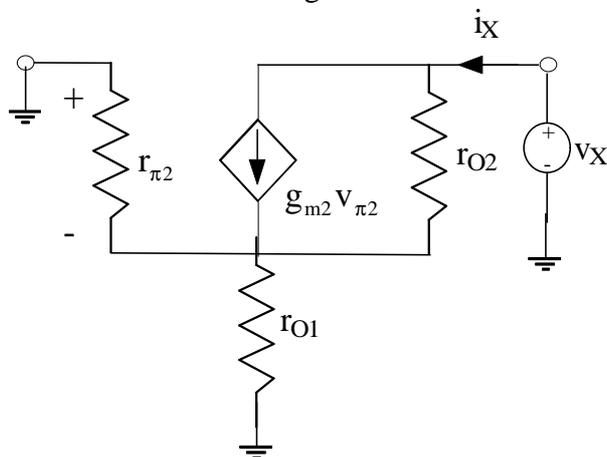


Al contrario, possiamo verificare che la differenza con lo stadio invertitore di tensione sta in un valore maggiore della resistenza di uscita:



Per calcolare R_{OUT} , dobbiamo porre un generatore di tensione v_X al nodo di collettore di Q2, determinare la corrente i_X che fluisce in tale generatore e calcolare il rapporto v_X/i_X .

Si osserva subito che $i_{b1}=0$, per cui $v_{\pi 1}=0$ e quindi che il generatore pilotato $g_{m1}v_{\pi 1}$ non è attivo; possiamo allora ridisegnare il circuito nel modo seguente:



Possiamo dunque cominciare a scrivere che

$$i_X = g_{m2} v_{\pi 2} + \frac{v_X}{r_{O2}}$$

La tensione $v_{\pi 2}$ è quella, cambiata di segno, ai capi del parallelo $r_{\pi 2} // r_{O1}$, il quale parallelo, in base alla LKC, è alimentato proprio dalla corrente i_X , per cui

$$v_{\pi 2} = -(r_{\pi 2} // r_{O1}) i_X$$

Sostituendo dunque nell'espressione di i_X , abbiamo che

$$i_X = -g_{m2} (r_{\pi 2} // r_{O1}) i_X + \frac{v_X}{r_{O2}} \longrightarrow \boxed{R_{OUT} = r_{O2} [1 + g_{m2} (r_{\pi 2} // r_{O1})]}$$

Se, a questo punto, consideriamo r_{O1} molto maggiore di $r_{\pi 2}$, possiamo scrivere che

$$R_{OUT} \cong r_{O2} (1 + g_{m2} r_{\pi 2}) = r_{O2} (1 + \beta_2) \cong \beta_2 r_{O2}$$

Abbiamo dunque concluso che, in prima approssimazione, **la resistenza di uscita della configurazione cascode è circa β_2 volte quella dello stadio ad emettitore comune**. In questo fatto risiede l'utilità di collegare in cascata lo stadio CB con lo stadio CE.

Esempio numerico

Facciamo un esempio numerico per comprendere a pieno i vantaggi della configurazione cascode. Supponiamo, in particolare, che i due BJT siano identici ($\beta=100$ e $\eta=0.0002$) e siano polarizzati in modo tale che, per entrambi, risulti $I_C=100(\mu A)$.

Con questi dati, si ha quanto segue:

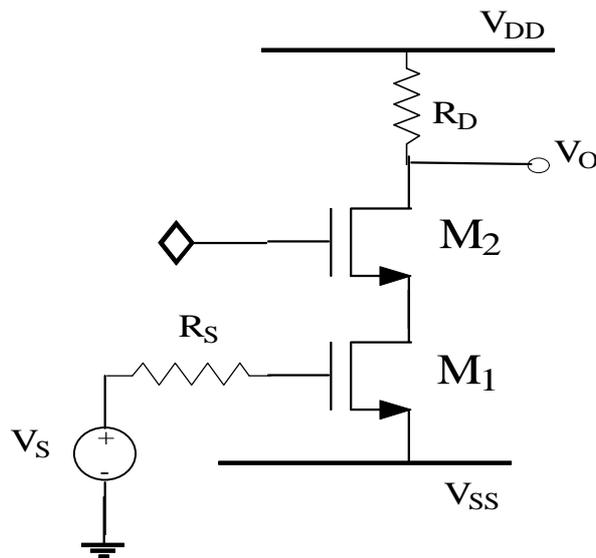
$$\text{resistenza di ingresso} \rightarrow R_{IN} = r_{\pi 1} = \frac{\beta}{g_m} = \frac{100}{100(\mu A) / 26(\text{mV})} = 26(\text{k}\Omega)$$

$$\text{resistenza di uscita} \rightarrow R_{OUT} = \beta r_{O2} = 100 \cdot \frac{1}{\eta g_m} = \frac{100}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 100(\mu A) / 26(\text{mV})} = 130(\text{M}\Omega)$$

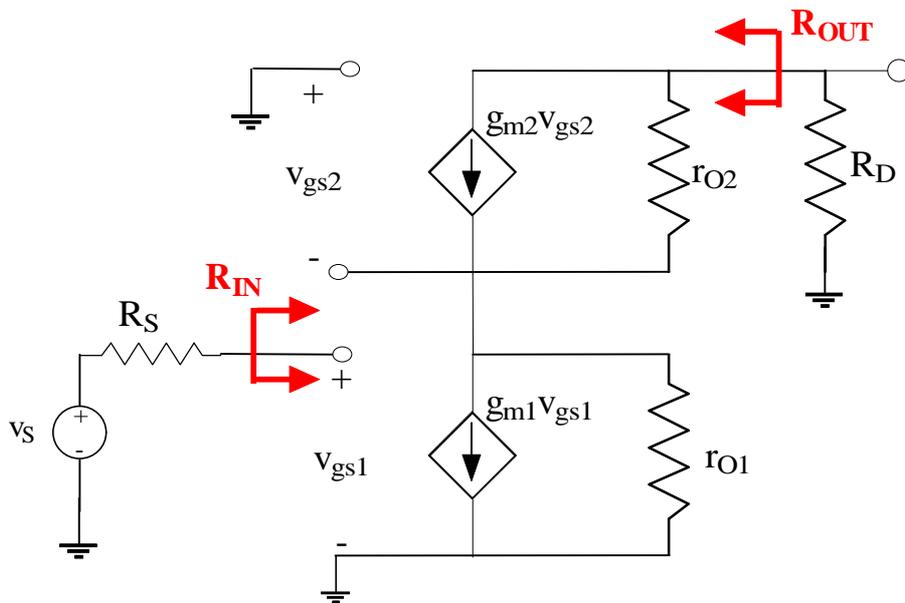
Abbiamo dunque una resistenza di uscita enorme, 100 volte maggiore di quella del solo Q1.

Configurazione cascode a FET e in tecnologia Bi-CMOS

La configurazione cascode impiegante MOSFET a canale n è largamente impiegata anche nei circuiti realizzati con transistori ad effetto di campo. Nella figura seguente, ad esempio, sono usati due MOSFET:



Non ci sono molte differenze nel circuito equivalente per piccoli segnali, salvo il fatto (molto importante) che i due transistor hanno una resistenza di ingresso virtualmente infinita:



Il fatto che M1 abbia $r_{IN} = \infty$ fa sì che l'intero stadio abbia una resistenza di ingresso ∞ .

Per quanto riguarda, invece, la resistenza di uscita, si ha quanto segue: intanto, si osserva subito che $v_{gs1} = 0$, in quanto l'ingresso v_S va passivato; ciò comporta che il generatore pilotato $g_{m1}v_{gs1}$ sia spento e quindi, applicando la LKT, otteniamo che

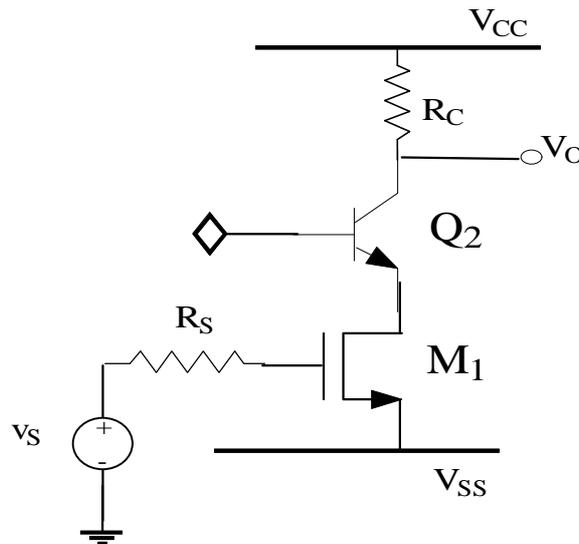
$$v_X = r_{O2}(v_X - g_{m2}v_{gs2}) + r_{O1}i_X$$

Si osserva anche che v_{gs2} è la tensione, cambiata di segno, applicata ai capi di r_{O1} , per cui possiamo concludere che

$$v_X = r_{O2}(i_X + g_{m2}r_{O1}i_X) + r_{O1}i_X \longrightarrow \boxed{R_{OUT} = r_{O2}(1 + g_{m2}r_{O1}) + r_{O1}}$$

Anche in questo caso, dunque, osserviamo una resistenza di uscita molto maggiore della resistenza r_{O1} del solo M1.

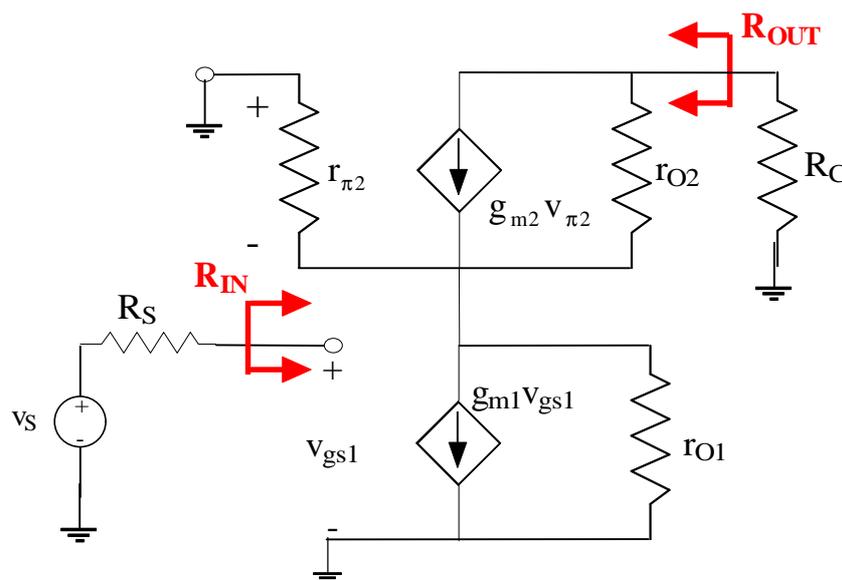
Nelle tecnologie **Bi-CMOS** e **Bi-FET**, inoltre, i cascode sono talvolta realizzati sostituendo al FET M2 un transistor bipolare, come nella figura seguente:



Questo cascode presenta dunque tre sostanziali vantaggi:

- in primo luogo, ha resistenza di ingresso infinita in quanto si tratta della resistenza di ingresso di M1;
- inoltre, sempre M1 vede una resistenza di carico molto piccola, pari alla resistenza di ingresso $1/g_{m2}$ dello stadio a base comune, il che comporta, come vedremo, migliori prestazioni in frequenza;
- infine, la transconduttanza di Q2 è senz'altro maggiore di quella dell'eventuale FET M2.

Il circuito equivalente, per piccoli segnali, è il seguente:



(dove spesso si può trascurare la resistenza di uscita r_{O2} del transistor bipolare).

Calcoliamo la resistenza di uscita: anche in questo caso, risulta $v_{gs1}=0$, il che comporta che il generatore pilotato $g_{m1}v_{gs1}$ sia spento e quindi che, applicando la LKT, si ottenga

$$v_X = r_{O2}(i_X - g_{m2}v_{\pi2}) - v_{\pi2}$$

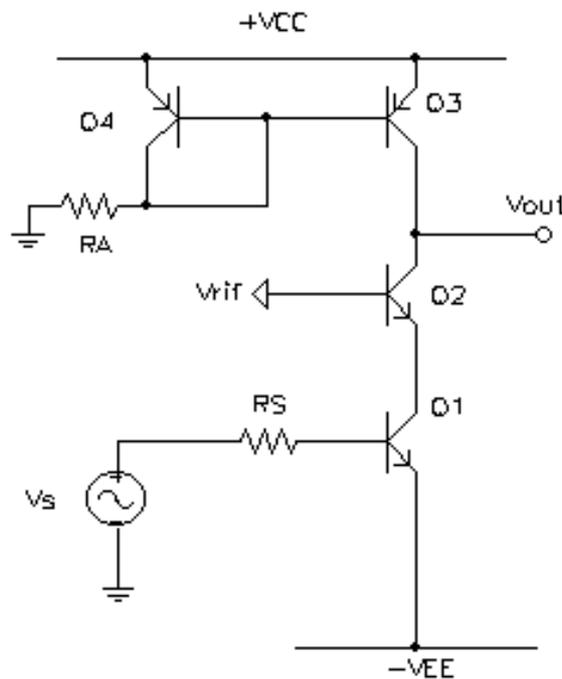
Applicando inoltre la LKC al nodo di emettitore di Q2 (coincidente con il nodo di drain di M1), si osserva che $g_{\pi2}v_{\pi2} + i_X = -g_{O1}v_{\pi2}$, da cui $v_{\pi2} = \frac{i_X}{-g_{O1} - g_{\pi2}}$ e quindi concludiamo che

$$v_X = r_{O2} \left(i_X + g_{m2} \frac{i_X}{g_{O1} + g_{\pi2}} \right) + \frac{i_X}{g_{O1} + g_{\pi2}} \longrightarrow \boxed{R_{OUT} = r_{O2} + \frac{r_{O2}g_{m2} + 1}{g_{O1} + g_{\pi2}}}$$

Configurazione cascode con carico attivo (BJT)

Abbiamo prima trovato che il guadagno della configurazione cascode è $A_v \cong -R_C g_{m1}$: il motivo è nel fatto che la corrente $-g_{m1}v_{\pi1}$ fornita dal generatore pilotato corrispondente a Q1, incontrando il parallelo tra la $1/g_{m2}$ dell'inseguitore di corrente e la resistenza r_{O1} , fluisce in gran parte in Q2, il quale, comportandosi appunto da inseguitore di corrente, riproduce in uscita grossomodo la stessa corrente, facendo così in modo che essa fluisca nel carico, determinando ai capi di quest'ultimo la tensione di uscita che si vuole sfruttare.

La situazione migliore è, ovviamente, quella di un carico attivo, come ad esempio lo specchio di corrente (con BJT pnp) utilizzato nella figura seguente:



La funzione dello specchio è duplice: esso fa da carico attivo per la configurazione cascode e contribuisce alla polarizzazione in corrente il transistor Q2. Indicata con r_{op} la resistenza di uscita dello specchio, che sappiamo essere abbastanza elevata in quanto corrisponde a r_{O3} , è evidente che il guadagno di tensione della configurazione cascode, in base alla formula ricavata in precedenza, vale

$$\boxed{A_v \cong -g_{m1}r_{op}}$$

Configurazione cascode ripiegato

La configurazione cascode con carico attivo, così come è stata disegnata poco fa, ha un guadagno di tensione molto elevato, ma ha un difetto rilevante: ha una *dinamica di uscita non molto ampia*, il che potrebbe anche rendere inutilizzabile l'elevato guadagno di tensione. Andiamo allora a studiare la dinamica di uscita di quella configurazione, ossia il range di valori $[V_{O,\min}, V_{O,\max}]$ entro il quale può variare la tensione di uscita V_O . *Le limitazioni vengono evidentemente dal fatto che tutti i BJT presenti nel circuito devono funzionare in zona attiva diretta*: a questo proposito, Q4 e Q1 lavorano sicuramente in zona attiva diretta, in quanto il dimensionamento delle alimentazioni è tale da garantire questa condizione di funzionamento; dobbiamo allora ragionare sul funzionamento di Q3 e Q2:

- cominciamo, ad esempio, da Q3 (pnp): affinché esso non vada in saturazione, la sua tensione di collettore (cioè la V_O) deve mantenere una differenza con la V_{CC} (che è la tensione di emettitore) di almeno 0.2V, dal che deduciamo che

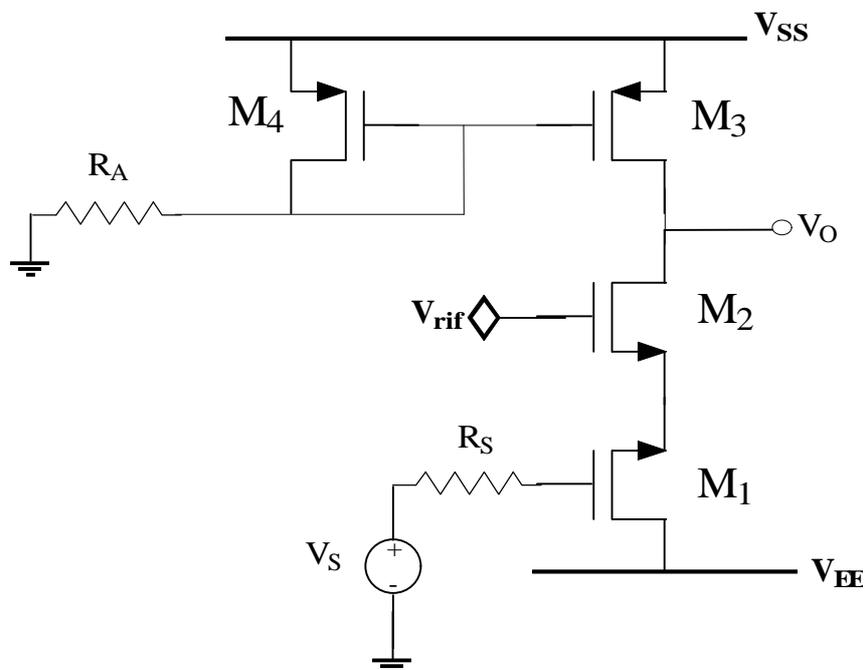
$$V_{O,\max} = V_{CC} - |V_{CE,\text{sat},3}| \cong V_{CC} - 0.2V;$$

- passiamo adesso a Q2 (nnp): in questo caso, essendo la tensione V_{rif} di base fissata, il funzionamento in ZAD è caratterizzato dal fatto che la tensione di emettitore è $V_{E2} = V_{\text{rif}} - V_\gamma$, per cui il BJT non satura fin quando $V_O = V_{C2} > V_{E2} + V_{CE,\text{sat}} = V_{\text{rif}} - V_\gamma + V_{CE,\text{sat}}$, dal che quindi deduciamo che

$$V_{O,\min} = V_{\text{rif}} - V_\gamma + V_{CE,\text{sat}}.$$

Una dinamica di uscita con questi estremi può non essere sufficiente, specialmente se si vuole sfruttare l'elevato guadagno dello stadio.

Le cose non cambiano molto se, al posto di usare transistori bipolari, usiamo dei MOSFET:

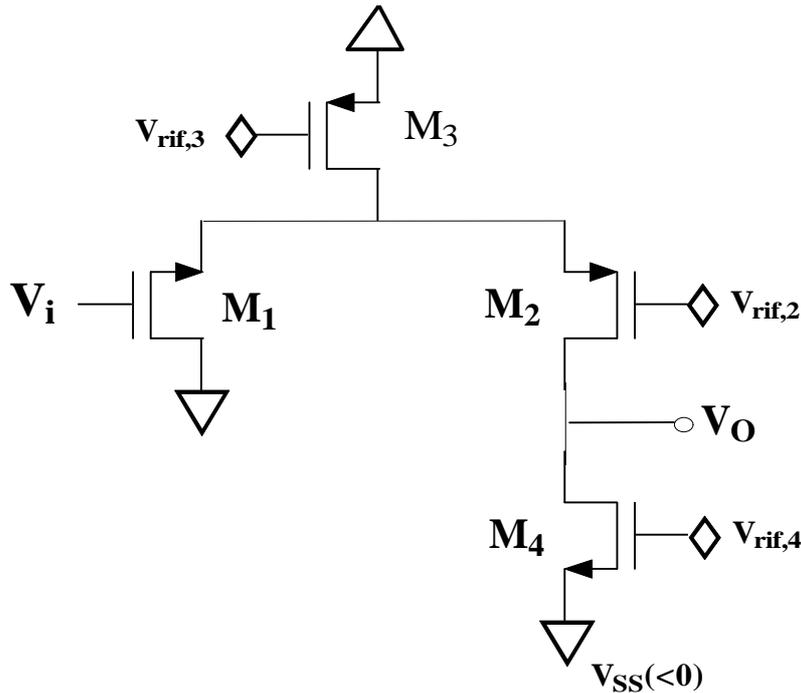


Valutiamo anche in questo caso gli estremi della dinamica di uscita, concentrando la nostra analisi su M3 ed M2 e supponendo che tutti i MOSFET abbiano una tensione di soglia di 1V (ovviamente positiva per quelli a canale n e negativa per quelli a canale p):

- cominciamo da M3 (canale p): la condizione affinché M3 lavori in saturazione è $V_{G3} \geq V_{D3} + V_{Th}$, ossia $V_{rif,3} \geq V_O + V_{Th}$, ossia quindi $V_O \leq V_{rif,3} - V_{Th}$, dal che deduciamo che $V_{O,max} = V_{rif,3} - V_{Th}$;
- passiamo adesso a M2 (canale n): in questo caso, la condizione di saturazione è $V_{D2} - V_{G2} \geq -V_{th}$, ossia $V_O \geq V_{rif} - V_{Th}$, dal che deduciamo che $V_{O,min} = V_{rif} - V_{Th}$.

Anche in questo caso, quindi, la dinamica di uscita è piccola.

E' allora possibile ovviare a questo inconveniente della ristretta dinamica di uscita mediante una particolare configurazione cascode con carico attivo, illustrata nella figura seguente (riferita ai transistori FET):



Vediamo intanto di individuare gli "oggetti" che costituiscono il circuito:

- i transistori M1 (canale n) ed M2 (canale p) sono quelli che costituiscono la configurazione cascode, che in questo caso prende il nome di **cascode ripiegato** (o anche **cascode folded**);
- il transistor M3 (canale p) è semplicemente un elemento di polarizzazione; tipicamente si tratta del ramo di uscita di uno specchio di corrente;
- il transistor M4 (canale n) rappresenta invece il carico attivo del circuito (e quindi è anch'esso il ramo di uscita di uno specchio di corrente).

In primo luogo, la polarizzazione del circuito viene imposta, oltre che dalle tensioni di alimentazione, dalle tensioni fisse $V_{rif,3}$, $V_{rif,2}$ e $V_{rif,4}$ per quanto riguarda M3, M2 ed M4 e dalla tensione V_{GS1} (legata alla tensione di ingresso V_i) per quanto riguarda M1.

Possiamo facilmente accorgerci che *il circuito si comporta da invertitore*, studiando, a livello essenzialmente qualitativo, la caratteristica di trasferimento in tensione $V_i - V_O$:

- cominciamo da valori di V_i sufficientemente piccoli da spegnere M1: se M1 è spento, tutta la corrente I_{DS3} fornita da M3 passa attraverso il ramo costituito da M2 ed M4, il che comporta che si abbia il massimo valore della tensione di uscita;
- al contrario, consideriamo adesso valori elevati di V_i : V_i è la tensione che pilota M1, ossia la tensione che determina la corrente I_{DS} che attraversa M1; allora, esisterà un valore (alto) di V_i tale che la corrente I_{DS1} sia pari alla corrente I_{DS3} , il che comporta che nel ramo costituito da M2 ed M4 non passi corrente e quindi che si abbia il minimo valore della tensione di uscita.

Abbiamo dunque mostrato l'azione invertente dello stadio. Cerchiamo allora di capire quali sono i valori massimo e minimo della tensione di uscita:

- per quanto riguarda il valore minimo, ci basta ragionare sulla condizione di funzionamento di M4 (canale n): essendo $V_O = V_{D4}$, la condizione perché M4 funzioni in saturazione è $V_O - V_{rif,4} \geq -V_{Th,n}$, dal che deduciamo che $V_{O,min} = V_{rif,4} - V_{Th,n}$;
- passiamo adesso al valore massimo, che interessa invece la condizione di funzionamento di M2 (canale p): in questo caso, la condizione affinché M2 lavori in saturazione è $V_{G2} \geq V_{D2} + V_{Th,p}$, ossia $V_{rif,2} \geq V_O + V_{Th,p}$, ossia anche $V_O \leq V_{rif,2} - V_{Th,p}$, dal che deduciamo che $V_{O,max} = V_{rif,2} - V_{Th,p}$.

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**
 e-mail: sandry@iol.it
 sito personale: <http://users.iol.it/sandry>
 succursale: <http://digilander.iol.it/sandry1>