

Appunti di ELETTRONICA - Capitolo 8

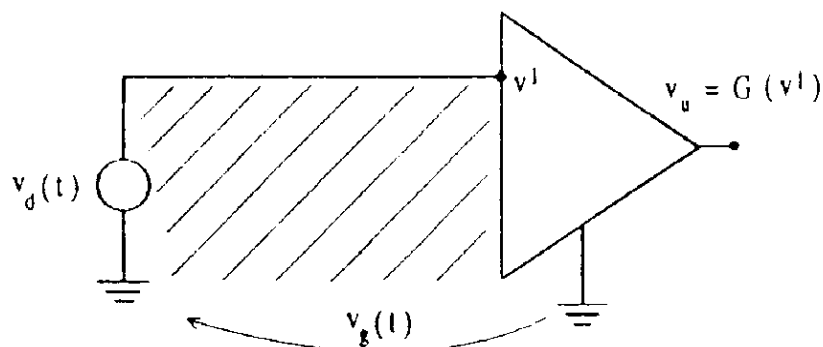
Gli amplificatori - Parte IV

Amplificatore differenziale.....	1
Introduzione	1
Analisi in continua.....	4
Determinazione del punto operativo	4
Caratteristica di trasferimento in continua	6
Degenerazione di emettitore	12
Analisi per piccoli segnali	14
Introduzione	14
Guadagno di tensione di modo differenziale e di modo comune.....	16
<i>Esempio numerico</i>	22
<i>Calcolo dei guadagni di tensione mediante l'equivalente di Thevenin</i>	23
Resistenza di ingresso.....	26
Esempio numerico	29
Resistenza di uscita	30
Convertitore npn ingresso differenziale - uscita singola con carico resistivo	31
Introduzione	31
<i>Resistenza di uscita di modo comune</i>	32
<i>Esempio numerico</i>	34
Configurazione CC-CB.....	36

Amplificatore differenziale

INTRODUZIONE

Spesso, la misura di una grandezza elettrica e la sua amplificazione possono essere rese difficili dalla contemporanea presenza di disturbi che si sovrappongono al segnale utile. Pensiamo, ad esempio, al segnale di tensione, di poche decime di μV , che si sviluppa ai capi di un sensore di temperatura (come una termocoppia) posto distante dall'elettronica di amplificazione: in base a quanto abbiamo visto fino ad ora, per amplificare questo segnale verrebbe da pensare di collegare un capo del sensore alla massa e l'altro conduttore all'amplificatore, come indicato nella figura seguente:

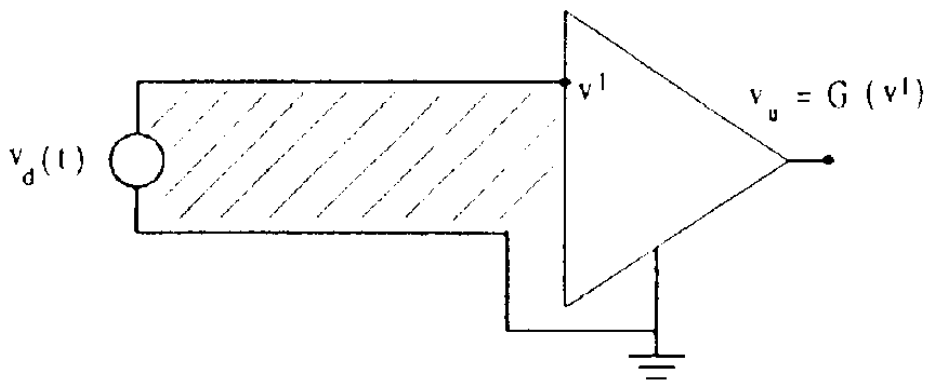


Purtroppo, questa semplice disposizione non permetterebbe una misura accurata del debole segnale della termocoppia: infatti, se i due collegamenti di massa sono fisicamente distanti, è molto probabile che non siano rigorosamente equipotenziali, il che è un problema, in quanto la differenza di potenziale $v_g(t)$ tra di essi va a sommarsi al segnale del sensore.

Un altro problema di quello schema è che sono presenti dei campi elettromagnetici variabili i quali inducono una forza elettromotrice in serie al segnale del sensore; questa forza elettromotrice è proporzionale alla superficie della spira (la cui area è quella tratteggiata nella figura) e quindi può rappresentare un ulteriore segnale di disturbo.

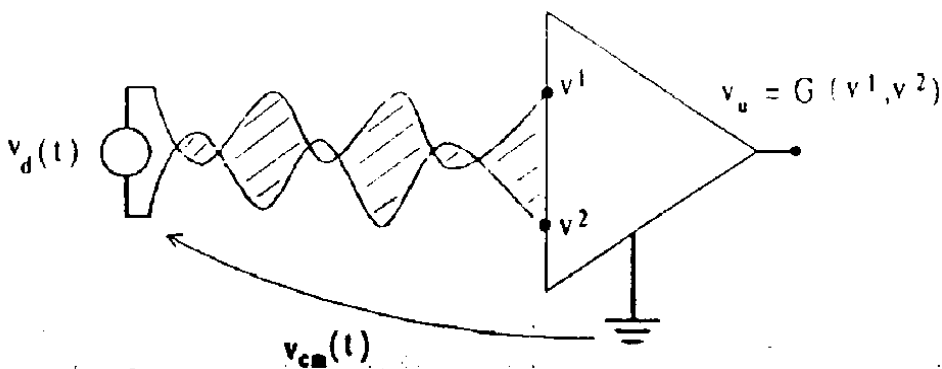
Questi segnali di disturbo possono essere anche molto più intensi del segnale di interesse, il che rende spesso impossibile la misura.

Per garantire l'amplificazione del solo segnale utile, si può pensare di collegare entrambi i morsetti del sensore direttamente all'amplificatore, mediante una coppia di fili appaiati:



In questa nuova disposizione, la differenza di potenziale tra il morsetto dell'amplificatore e la sua massa, detta **segnale differenziale**, è pari alla somma del segnale utile $v_d(t)$ e del solo disturbo introdotto nella spira individuata dai due conduttori in collegamento. Visto che questa spira è molto meno estesa della precedente, il disturbo elettromagnetico è proporzionalmente ridotto, mentre si è eliminato del tutto l'inconveniente determinato dalla non equipotenzialità delle masse.

Tuttavia, può essere comodo, ed alcune volte indispensabile, che il sensore sia svincolato dalla massa. In questi casi, sarebbe necessario impiegare un amplificatore di tensione con due morsetti di ingresso e in grado di amplificare solo il segnale differenziale. Gli amplificatori specificamente progettati per queste applicazioni esistono e sono detti **amplificatori differenziali**:

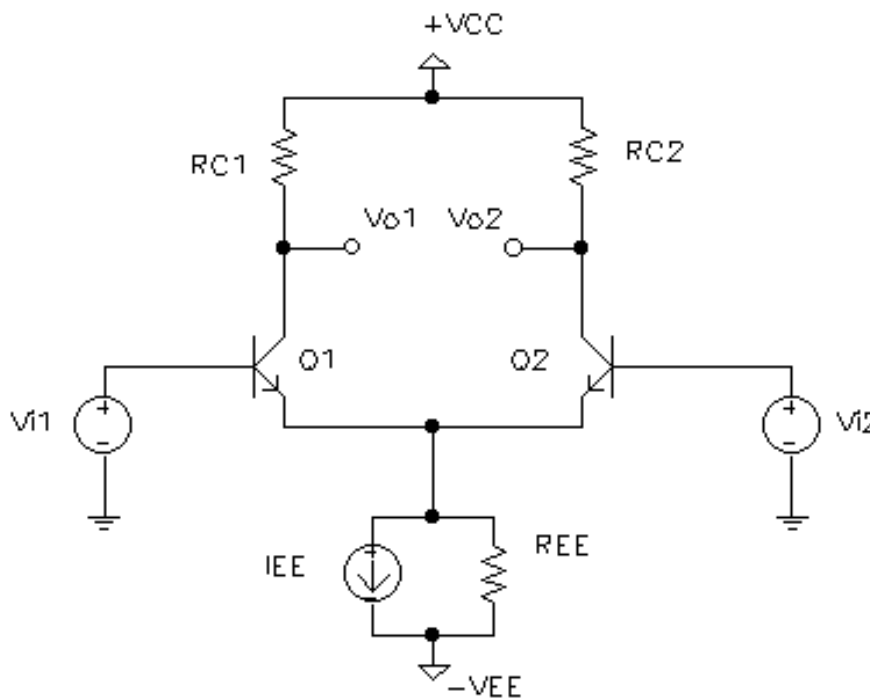


Si noti che permane comunque una differenza di potenziale $v_{cm}(t)$ tra il sensore e la massa dell'amplificatore: questo segnale è detto **segnale di modo comune** perché è pari al valor medio dei potenziali dei due fili di collegamento. Se l'amplificatore differenziale fosse ideale, questo segnale non avrebbe alcun effetto sull'uscita: il segnale $v_u(t)$ sarebbe semplicemente proporzionale al segnale differenziale.

Un ulteriore miglioramento che consente di ridurre ulteriormente anche il piccolo disturbo differenziale ancora presente e dovuto alla spira tra i due fili è ottenuto intrecciando i fili come indicato nella figura precedente: in questo modo, su ciascun conduttore i versi delle forze elettromotrici indotte si alternano passando da un lobo al successivo, elidendosi.

Gli **stadi differenziali** costituiti da *coppie di transistori bipolari accoppiati di emettitore* o da *coppie di transistori ad effetto di campo accoppiati di source* sono forse i sottocircuiti a due transistori maggiormente usati nei circuiti analogici monolitici.

La forma più semplice di coppia di transistori bipolari accoppiati di emettitore è mostrata nella figura seguente:



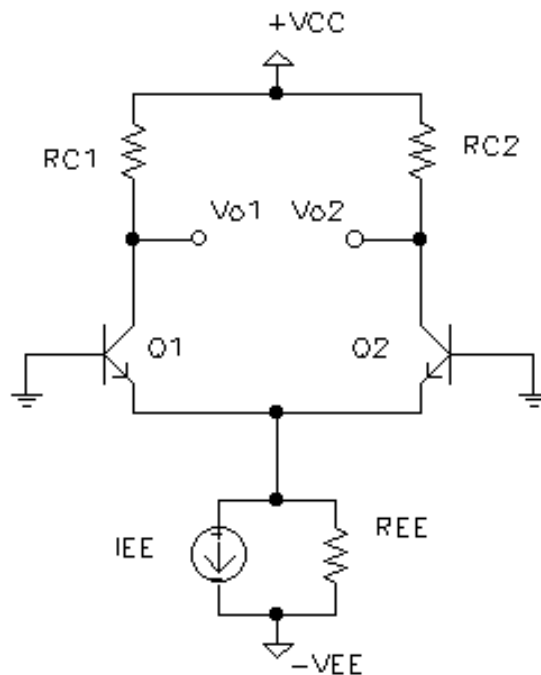
Vediamo subito di individuare le principali caratteristiche di questo circuito:

- il blocco principale è ovviamente costituito dai due BJT accoppiati di emettitore, cioè con i due terminali di emettitore alla stessa tensione;
- al di sopra di tale blocco ci sono due resistenze di polarizzazione R_{C1} e R_{C2} (che, come vedremo devono essere uguali così come uguali devono essere anche i due transistor), mentre al di sotto è situato un circuito che rappresenta un generatore reale di corrente: è stato usato un modello circuitale semplice di generatore reale di corrente (dotato cioè di una resistenza di uscita R_{EE}), ma si possono usare altre configurazioni, come un semplice resistore oppure un generatore di corrente a transistor (ad esempio uno specchio);
- l'ingresso al circuito è duplice, nel senso che due distinti segnali V_{i1} e V_{i2} sono applicati in ingresso alle basi dei due transistor;
- anche doppia è l'uscita del circuito, in quanto due distinti segnali V_{o1} e V_{o2} sono prelevati dai collettori dei due transistor;
- infine, è doppia anche l'alimentazione, anche se diciamo subito che non è sempre necessario avere l'alimentazione V_{EE} (dipende dal circuito usato per polarizzare i due emettitori).

Analisi in continua

DETERMINAZIONE DEL PUNTO OPERATIVO

Così come abbiamo sempre fatto nell'analisi dei circuiti, ci occupiamo per prima cosa di individuare il punto operativo del circuito, ossia, in definitiva, quello dei due transistor. Diciamo allora immediatamente che *il funzionamento del circuito avviene come stadio differenziale a patto che i due transistor siano polarizzati in zona attiva diretta*, per cui il dimensionamento della rete di polarizzazione viene effettuato in questa prospettiva. Ovviamente, per lo studio del punto di lavoro, dobbiamo supporre i due ingressi nulli, per cui il circuito cui far riferimento è il seguente:



Il fatto che le basi dei due transistor siano a massa ci dice subito che i due transistor funzionano in zona attiva diretta a patto che la tensione del nodo indicato con A valga circa $-0.7V$, per cui la polarizzazione deve essere tale da ottenere questo risultato.

Detto questo, la simmetria del circuito impone che la corrente fornita dal generatore di corrente si ripartisca equamente tra i due transistor: se trascuriamo la minima quantità di corrente I_{EE} che si perde nella resistenza R_{EE} , possiamo dunque affermare che le correnti di emettitore dei due transistor valgono entrambe $\frac{I_{EE}}{2}$. In prima approssimazione valgono allora $\frac{I_{EE}}{2}$ anche le rispettive correnti di collettore, per cui i valori delle tensioni V_{O1} e V_{O2} sono

$$V_{O1} = V_{O2} = V_{CC} - R_C I_C = V_{CC} - R_C \frac{I_{EE}}{2}$$

Essendo noto il potenziale del nodo A, possiamo dunque calcolare le tensioni V_{CE} :

$$V_{CE1} = V_{CE2} = V_{O2} - V_A$$

In questo modo, abbiamo tutte le informazioni circa il punto operativo del transistor.

E' importante osservare quanto il punto operativo sia legato alle due resistenze R_C . Per esempio, supponiamo che il generatore di corrente eroghi una corrente $I_{EE}=2\text{mA}$, che l'alimentazione positiva sia $V_{CC}=10\text{V}$ e che sia inoltre $R_C=10\text{k}\Omega$; usando la relazione trovata poco fa, si ha che

$$V_{O1} = V_{O2} = V_{CC} - R_C \frac{I_{EE}}{2} = 0 \longrightarrow V_{CE1} = V_{CE2} = V_{O1} - V_A = 0.7\text{V}$$

Questa è una situazione abbastanza "pericolosa", in quanto si osserva che la V_{CE} dei due transistor è pericolosamente vicina al valore 0.2V di saturazione: se, per esempio, ci fosse un aumento della corrente I_{EE} , i due transistor potrebbero quindi uscire dalla zona attiva diretta. Da questo punto di vista, diventa fondamentale il valore della R_C , che andrebbe scelto piccolo, in modo da ridurre la caduta di tensione rispetto alla V_{CC} e quindi da allontanare la V_{CE} dal valore di saturazione.

D'altra parte, come si vedrà in seguito, il valore della R_C influenza il guadagno di tensione dello stadio, per cui, come al solito, è sempre necessario trovare un compromesso tra le varie esigenze.

Simulazione al calcolatore - Utilizzando due BJT npn con guadagno $\beta=100$ e tensione di Early $V_A=-100\text{V}$ e prendendo $V_{CC}=V_{EE}=10\text{V}$ - $I_{EE}=2\text{mA}$ - $R_{EE}=100\text{k}\Omega$ - $R_C=1\text{k}\Omega$, la simulazione ha fornito i seguenti dati circa il punto operativo dei due transistor:

NAME	Q_Q1	Q_Q2
MODEL	Q2N2217-X	Q2N2217-X
IB	3.50E-05	3.50E-05
IC	1.01E-03	1.01E-03
VBE	6.84E-01	6.84E-01
VBC	-8.99E+00	-8.99E+00
VCE	9.67E+00	9.67E+00
GM	3.91E-02	3.91E-02
RO	1.08E+05	1.08E+05

Si osserva chiaramente che i valori sono identici per i due transistor. I due transistor sono in zona attiva diretta, come evidenziato dai valori delle tensioni applicate alle giunzioni. Le correnti di collettore sono di circa 1mA , ossia pari alla metà della corrente I_{EE} fornita dal generatore. La simulazione indica anche che la tensione dei due emettitori vale $V_A=-0.68\text{V}$ e che le due tensioni di uscita valgono $V_{O1}=V_{O2}=V_O=8.988\text{V}$, ossia proprio $V_{CE}+V_A$.

Ripetendo la simulazione per $R_C=10\text{k}\Omega$, i dati sul punto di lavoro diventano i seguenti:

NAME	Q_Q1	Q_Q2
MODEL	Q2N2217-X	Q2N2217-X
IB	3.72E-05	3.72E-05
IC	1.01E-03	1.01E-03
VBE	6.86E-01	6.86E-01
VBC	9.32E-02	9.32E-02
VCE	5.93E-01	5.93E-01
GM	3.90E-02	3.90E-02
RO	9.90E+04	9.90E+04

Come previsto, essendo aumentata la caduta su R_C , le V_{CE} sono scese rispetto a prima, avvicinandosi al valore di saturazione.

CARATTERISTICA DI TRASFERIMENTO IN CONTINUA

Il passo successivo della nostra analisi consiste nell'individuare come variano le correnti di collettore dei due transistor al variare della tensione $V_{id} = V_{i1} - V_{i2}$ pari alla differenza tra le tensioni di ingresso V_{i1} e V_{i2} . Dobbiamo cioè determinare il **comportamento per grandi segnali** dello stadio differenziale.

Prima ancora di scendere nei dettagli analitici, possiamo fare qualche considerazione essenzialmente intuitiva: per esempio, supponiamo di mantenere $V_{i2}=0V$ e di portare V_{i1} fino al valore di $1V$. Che cosa succede? Dovendo la V_{BE1} rimanere sul valore $0.7V$, succede chiaramente che la tensione dell'emettitore di Q1 tende ad inseguire V_{i1} , per cui cresce rispetto al valore iniziale di $-0.7V$, passando ad un valore di circa $0.3V$. Questa, però, è la anche la tensione dell'emettitore di Q2, il quale ha ancora la base a massa: si ha cioè $V_{BE2}=-0.3V$, il che comporta che Q2 si spenga; se Q2 è spento, risulta $I_{C2}=0$ (da cui deriva che $V_{O2}=V_{CC}$) e quindi tutta la corrente fornita dal generatore passa attraverso Q1, determinando un valore di V_{O1} più basso rispetto a prima.

In definitiva, ci troviamo nelle condizioni per cui $V_{i1}-V_{i2}>0$ e $V_{o1}-V_{o2}<0$: da questo punto di vista, quindi, abbiamo ancora una volta uno stadio che si comporta come invertitore.

Fatta questa premessa qualitativa, andiamo a valutare come variano le correnti di collettore al variare delle tensioni di ingresso. Per semplicità, facciamo, in questa prima parte, l'ipotesi che la resistenza di uscita R_{EE} del generatore sia infinita: questa ipotesi non influenza in modo apprezzabile il comportamento per grandi segnali, a bassa frequenza, del circuito, mentre invece l'effetto sul comportamento per piccoli segnali è già più rilevante, per cui, nell'analisi per piccoli segnali, dovremo tenere conto.

Applicando semplicemente la LKT alla maglia costituito dai due generatori di tensione V_{i1} e V_{i2} e dalle due giunzioni base-emettitore, possiamo subito scrivere che

$$V_{i1} - V_{be1} + V_{be2} - V_{i2} = 0$$

Dalle equazioni di funzionamento del BJT sappiamo d'altra parte che

$$V_{be1} = V_T \log \frac{I_{c1}}{I_{S1}}$$

$$V_{be2} = V_T \log \frac{I_{c2}}{I_{S2}}$$

per cui, sostituendo, abbiamo che

$$V_{i1} - V_T \log \frac{I_{c1}}{I_{S1}} + V_T \log \frac{I_{c2}}{I_{S2}} - V_{i2} = 0 \longrightarrow \frac{V_{i1} - V_{i2}}{V_T} = \log \frac{I_{c1} I_{S2}}{I_{S1} I_{c2}}$$

Se facciamo l'ipotesi che le due correnti di saturazione siano uguali per i due BJT, possiamo dunque esplicitare il rapporto I_{c1}/I_{c2} :

$$\frac{I_{c1}}{I_{c2}} = e^{\frac{V_{i1} - V_{i2}}{V_T}}$$

Avendo posto $V_{id} = V_{i1} - V_{i2}$, possiamo dunque concludere che

$$\frac{I_{c1}}{I_{c2}} = e^{\frac{V_{id}}{V_T}}$$

Questa relazione fornisce dunque la dipendenza del rapporto I_{c1}/I_{c2} dalla tensione V_{id} . Dobbiamo adesso ricavare la dipendenza, da tale tensione, delle singole correnti di collettore.

Applicando la LKC al nodo in cui convergono i due emettitori ed il generatore di corrente, abbiamo evidentemente che $-(I_{E1} + I_{E2}) = I_{EE}$; d'altra parte, supponendo che i due BJT siano polarizzati in ZAD, sappiamo che $I_C = \alpha_F I_E$, per cui

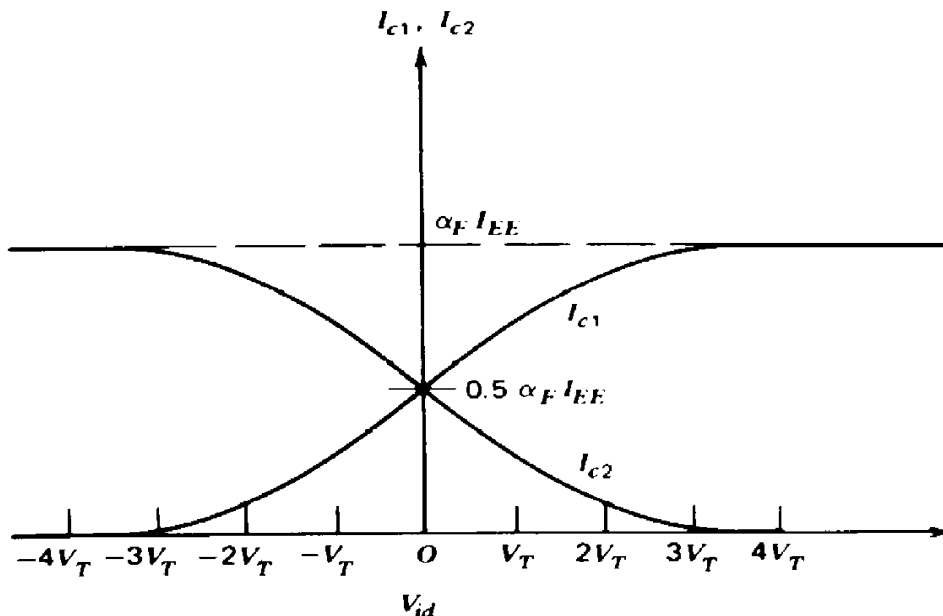
$$-\frac{1}{\alpha_F} (I_{c1} + I_{c2}) = I_{EE}$$

Mettendo allora insieme le ultime due relazioni, possiamo esplicitare sia I_{c1} sia I_{c2} in funzione di V_{id} :

$$I_{c1} = \frac{\alpha_F I_{EE}}{1 + e^{-\frac{V_{id}}{V_T}}}$$

$$I_{c2} = \frac{\alpha_F I_{EE}}{1 + e^{\frac{V_{id}}{V_T}}}$$

Queste due correnti sono mostrate, in funzione della V_{id} , nella figura seguente:



In questo diagramma si osservano diverse cose interessanti:

- la prima è senz'altro che le correnti di collettore, per differenze di tensioni di ingresso maggiori di qualche centinaio di millivolt, diventano indipendenti da V_{id} . Definiamo allora

regione di saturazione quella in cui le correnti di collettore sono costanti al variare della tensione: il termine saturazione indica essenzialmente il fatto che lo stadio non riesce più a seguire le variazioni del segnale in ingresso. Il motivo, da un punto di vista analitico, è nei termini esponenziali che compaiono nelle espressioni delle due correnti: per esempio, se consideriamo l'espressione di I_{C1} , è chiaro che il termine e^{-V_{id}/V_T} a denominatore diventa trascurabile, rispetto al termine additivo 1, quando $V_{id} > 4V_T$, per cui la corrente tende, per $V_{id} \rightarrow \infty$, al valore asintotico $\alpha_F I_{EE}$; discorso analogo per la corrente I_{C2} : il termine e^{V_{id}/V_T} diventa trascurabile, rispetto al termine additivo 1, quando $V_{id} < -4V_T$, per cui la corrente tende, per $V_{id} \rightarrow -\infty$, al valore asintotico $\alpha_F I_{EE}$. Da un punto di vista fisico, la costanza di una o dell'altra corrente di collettore è dovuta al fatto che la corrente proveniente dal generatore di corrente prende a fluire in uno solo dei transistor;

- per differenze di tensione inferiori a circa 50mV, invece, il circuito si comporta in maniera approssimativamente lineare, in conseguenza del fatto che la corrente proveniente dal generatore si ripartisce più o meno equamente tra i due transistor: questa è dunque la **regione lineare** di funzionamento dello stadio, che possiamo ritenere corrispondente all'intervallo, per V_{id} , di estremi $[-2V_T, +2V_T]$. Ad esempio, quando $V_{id}=0$, cioè quando i due segnali in ingresso sono uguali, risulta chiaramente $I_{C1} = I_{C2} = \frac{\alpha_F}{2} I_{EE}$.

Note le correnti, possiamo ovviamente calcolare le tensioni di uscita dello stadio: applicando, infatti, la LKT osserviamo subito che

$$\begin{aligned} V_{O1} &= V_{CC} - R_C I_{C1} \\ V_{O2} &= V_{CC} - R_C I_{C2} \end{aligned}$$

A noi interessa, come segnale di uscita, la differenza tra V_{O1} e V_{O2} , per cui abbiamo quanto segue:

$$V_{Od} = V_{O1} - V_{O2} = R_C (I_{C2} - I_{C1}) = R_C \left(\frac{\alpha_F I_{EE}}{1 + e^{\frac{V_{id}}{V_T}}} - \frac{\alpha_F I_{EE}}{1 + e^{-\frac{V_{id}}{V_T}}} \right) = R_C \alpha_F I_{EE} \left(\frac{1}{1 + e^{\frac{V_{id}}{V_T}}} - \frac{1}{1 + e^{-\frac{V_{id}}{V_T}}} \right)$$

La cosa principale che si osserva in quest'ultima relazione è che ci siamo svincolati dalla tensione V_{CC} di alimentazione.

A questo punto, dobbiamo fare qualche passaggio puramente algebrico sul termine tra parentesi. In primo luogo, portiamo tutto sotto forma di unica frazione:

$$\frac{1}{1 + e^{\frac{V_{id}}{V_T}}} - \frac{1}{1 + e^{-\frac{V_{id}}{V_T}}} = \frac{1 + e^{-\frac{V_{id}}{V_T}} - 1 + e^{\frac{V_{id}}{V_T}}}{\left(1 + e^{\frac{V_{id}}{V_T}}\right) \left(1 + e^{-\frac{V_{id}}{V_T}}\right)} = \frac{e^{-\frac{V_{id}}{V_T}} + e^{\frac{V_{id}}{V_T}}}{\left(1 + e^{\frac{V_{id}}{V_T}}\right) \left(1 + e^{-\frac{V_{id}}{V_T}}\right)}$$

Adesso esprimiamo tutti i termini presenti come prodotti di termini $e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}}$ e $e^{\frac{V_{id}}{2V_T}}$:

$$\frac{e^{\frac{V_{id}}{V_T}} + e^{-\frac{V_{id}}{V_T}}}{\left(1 + e^{\frac{V_{id}}{V_T}}\right)\left(1 + e^{-\frac{V_{id}}{V_T}}\right)} = \frac{e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{\frac{V_{id}}{2V_T}}}{\left(1 + e^{\frac{V_{id}}{V_T}}\right)\left(1 + e^{-\frac{V_{id}}{V_T}}\right)} = \frac{e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{\frac{V_{id}}{2V_T}}}{\left(e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{\frac{V_{id}}{2V_T}}\right)} = \frac{e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{\frac{V_{id}}{2V_T}}}{\left(e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}}\right)\left(e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}}\right)}$$

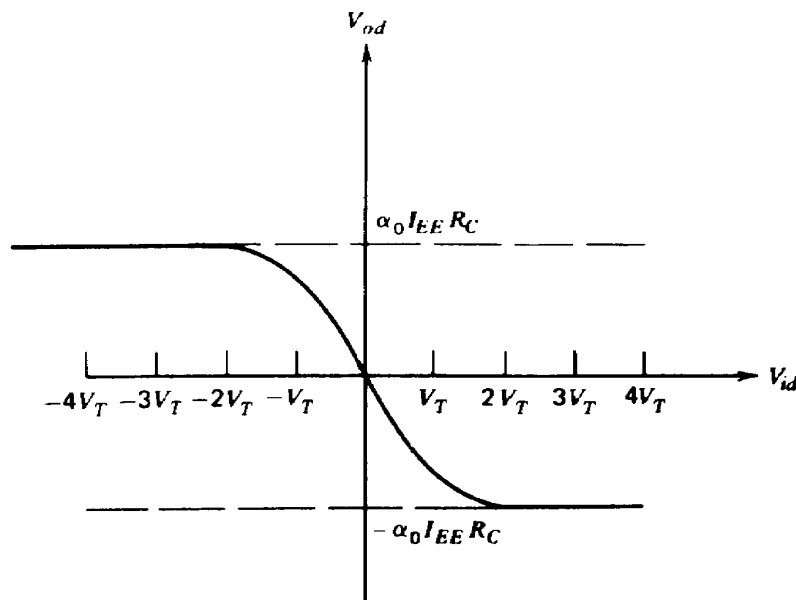
Adesso mettiamo in evidenza ciò che è possibile sia al numeratore sia al denominatore:

$$\frac{e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{\frac{V_{id}}{2V_T}}}{\left(e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} e^{\frac{V_{id}}{2V_T}}\right)\left(e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}}\right)} = \frac{\left(e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}}\right)\left(e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} - e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}}\right)}{\left(e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}}\right)\left(e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}}\right)} = \frac{e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}} - e^{\frac{V_{id}}{2V_T}}}{e^{\frac{V_{id}}{2V_T}} + e^{-\frac{V_{id}}{2V_T}}}$$

Quella rimasta non è altro che la definizione della tangente iperbolica di $-V_{id}/2V_T$, per cui possiamo concludere, ricordando che la tangente iperbolica è una funzione dispari, che la tensione di uscita ha la seguente espressione:

$$V_{Od} = -R_C \alpha_F I_{EE} \tanh\left(\frac{V_{id}}{2V_T}\right)$$

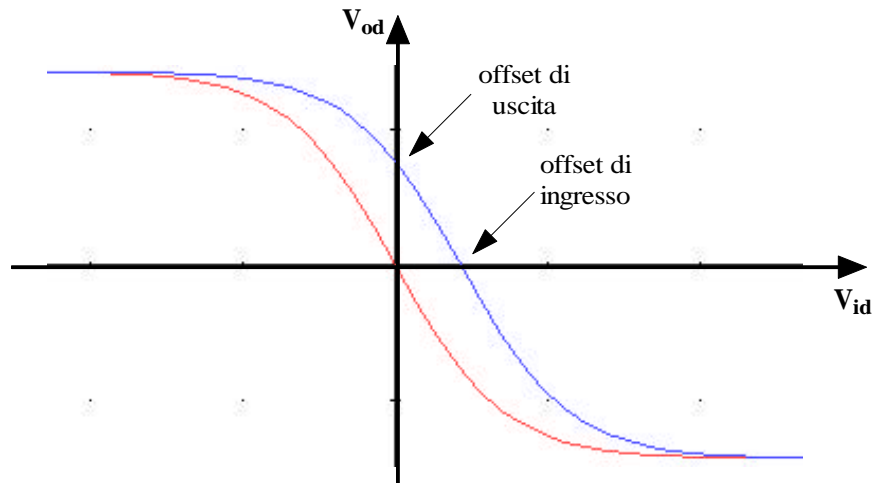
Questa relazione lega dunque la tensione di uscita (differenza delle tensioni di uscita) a quella di ingresso (differenza delle tensioni di ingresso). Il diagramma seguente mostra l'andamento grafico di quella relazione, ossia quindi la **caratteristica ingresso-uscita differenziale**:



Si osserva subito la natura invertente dello stadio, come indicato anche dal segno “-” dell’equazione trovata poco fa o dalla pendenza negativa della curva nell’intorno di $V_{id}=0$. Si osserva, inoltre, che la dinamica di uscita $[-\alpha_F R_C I_{EE}, \alpha_F R_C I_{EE}]$ non dipende direttamente dalla tensione di alimentazione, mentre dipende dal prodotto $R_C I_{EE}$ (che rappresenta in pratica la massima caduta di tensione ai capi delle resistenze R_C).

Questa figura mette in evidenza un importante vantaggio dell'amplificatore differenziale: si osserva, infatti, che l'uscita V_{od} è nulla quando è nullo l'ingresso V_{id} . Questo fatto permette l'accoppiamento diretto di stadi differenziali in cascata senza introdurre offset.

Una importante osservazione da fare è che la caratteristica e la corrispondente equazione trovate prima valgono, rigorosamente, solo se le due resistenze di collettore R_C sono uguali e se sono anche identici i due BJT. Nel caso questo non accada, la curva mantiene la stessa struttura, ma non passa più per l'origine:



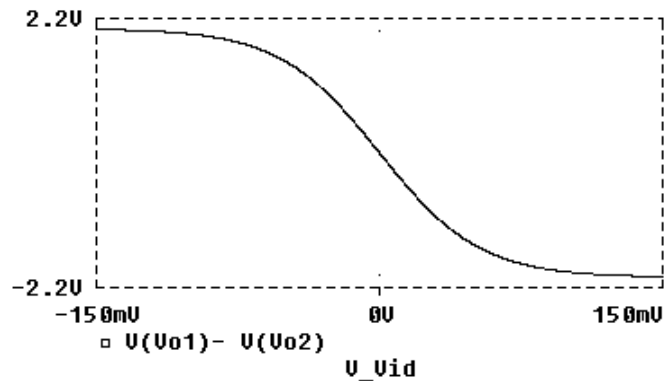
Abbiamo dunque la presenza di due cosiddetti *offset*:

- l'**offset di uscita** rappresenta l'intercetta della caratteristica con l'asse delle ordinate e indica quindi il valore dell'uscita quando l'ingresso è nullo;
- in modo analogo, l'**offset di ingresso** rappresenta l'intercetta della caratteristica con l'asse delle ascisse e indica perciò il valore dell'ingresso necessario per avere uscita nulla.

Dato che lo stadio presenta un guadagno, è chiaro che l'offset di uscita è maggiore di quello di ingresso.

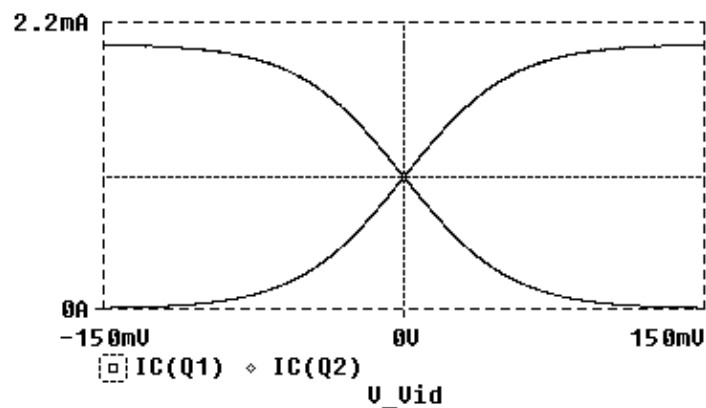
Osserviamo inoltre che nella figura i due offset sono positivi, ma possono essere anche negativi: tutto dipende dalle dissimmetrie tra i due transistori e le due R_C . Tali dissimmetrie dei componenti nella realtà non mancano mai, anche nei circuiti integrati, il che significa che si ha sempre a che fare con degli offset: allora, l'importante è che tali offset abbiano valori non superiori a qualche mV. Inoltre, a parità di offset di ingresso, quello di uscita sarà tanto più piccolo quanto minore è il guadagno, per cui, ancora una volta, il guadagno può essere sacrificato per ridurre questo inconveniente.

Simulazione al calcolatore - Utilizzando due BJT npn con guadagno $\beta=100$ e tensione di Early $V_A=-100V$ e prendendo $V_{CC}=V_{EE}=10V$ - $I_{EE}=2mA$ - $R_{EE}=100k\Omega$ - $R_C=1k\Omega$, la simulazione ha fornito la seguente **caratteristica di trasferimento in tensione**:



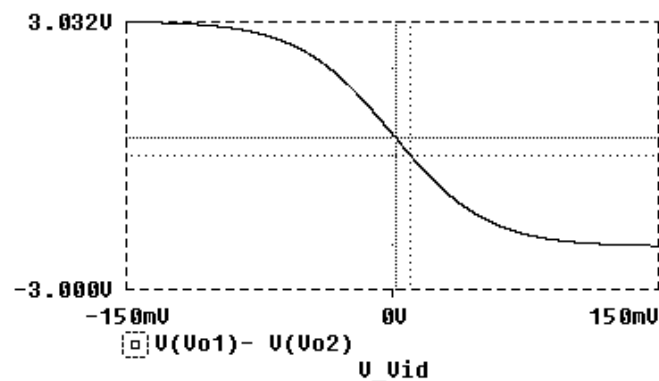
I valori limite sono circa +2V e -2V e si osserva che la regione lineare ha ampiezza abbastanza ristretta.

Gli andamenti di I_{C1} e I_{C2} in funzione di V_{id} sono invece i seguenti:



I valori di saturazione sono in questo caso 0V e +2mV.

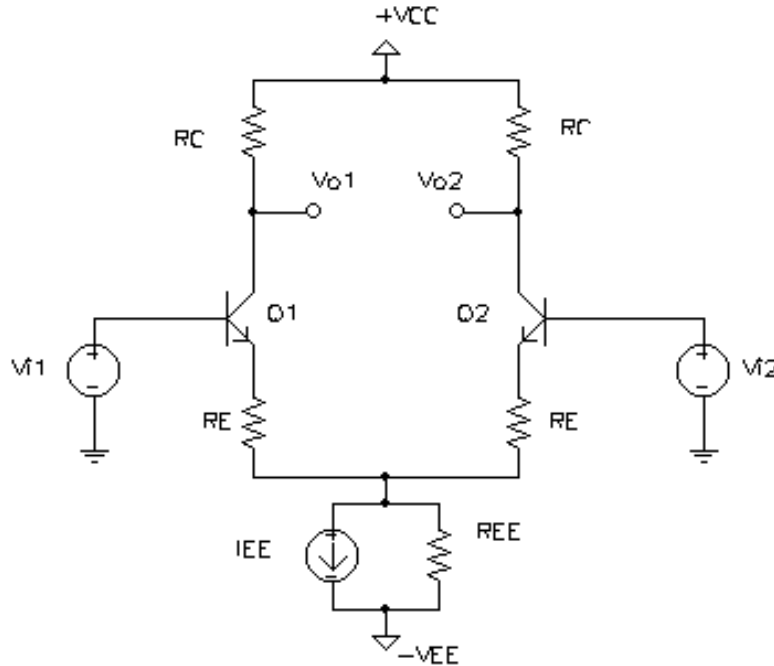
Ripetendo ancora la simulazione, ma questa volta con $R_{C1}=1k\Omega$ e $R_{C2}=1.5k\Omega$, la caratteristica di trasferimento in tensione diventa la seguente:



Si osserva, in questo caso, la presenza di un **offset di ingresso** di circa 10mV e di un **offset di uscita** di circa 496mV.

DEGENERAZIONE DI EMETTITORE

E' evidente che, per usare lo stadio differenziale come amplificatore lineare, è necessario che il segnale differenziale V_{id} in ingresso rientri nella zona lineare di funzionamento dello stadio, il che significa, in termini quantitativi, che deve risultare $V_{id} \in [-2V_T, +2V_T]$. Se si vuole aumentare l'intervallo di tensioni di ingresso entro cui lo stadio differenziale si comporta in modo lineare (cioè la **dinamica di ingresso** dello stadio), è possibile introdurre dei resistori di degenerazione di emettitore in serie con gli emettitori dei transistor, come nel circuito seguente:



L'analisi di questo circuito procede nella stessa maniera di quello esaminato nel paragrafo precedente, salvo il fatto che la caduta di tensione ai capi dei due resistori R_{E1} ed R_{E2} deve essere inclusa quando si applica la LKT alla maglia delimitata da V_{i1} e V_{i2} :

$$V_{i1} - V_{be1} + R_{E1}I_{E1} + V_{be2} - R_{E2}I_{E2} - V_{i2} = 0$$

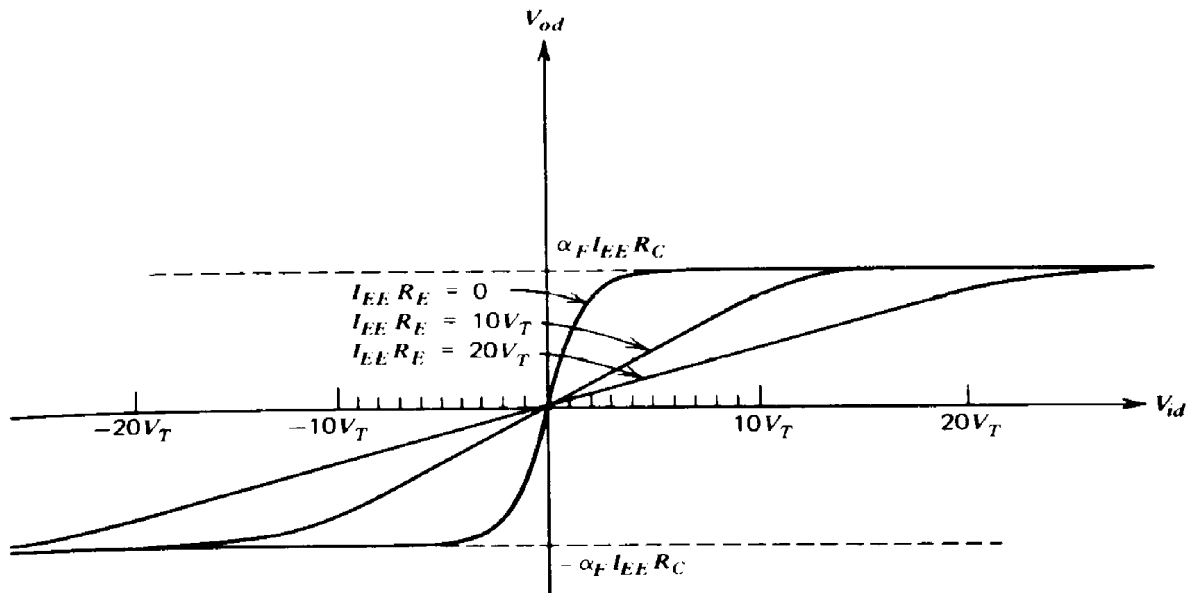
Dalle equazioni di funzionamento del BJT in ZAD sappiamo che

$$\begin{aligned} V_{be1} &= V_T \log \frac{I_{c1}}{I_{S1}} & I_{E1} &\cong I_{C1} \\ V_{be2} &= V_T \log \frac{I_{c2}}{I_{S2}} & I_{E2} &\cong I_{C2} \end{aligned}$$

per cui, sostituendo, abbiamo che

$$V_{i1} - V_T \log \frac{I_{C1}}{I_{S1}} + R_{E1}I_{C1} + V_T \log \frac{I_{c2}}{I_{S2}} - R_{E2}I_{C2} - V_{i2} = 0$$

Questa è una equazione non in forma chiusa come quella ricavata in assenza dei resistori di emettitore. Tuttavia, l'effetto di tali resistori si può comprendere dagli esempi riportati in forma di grafico nella figura seguente:



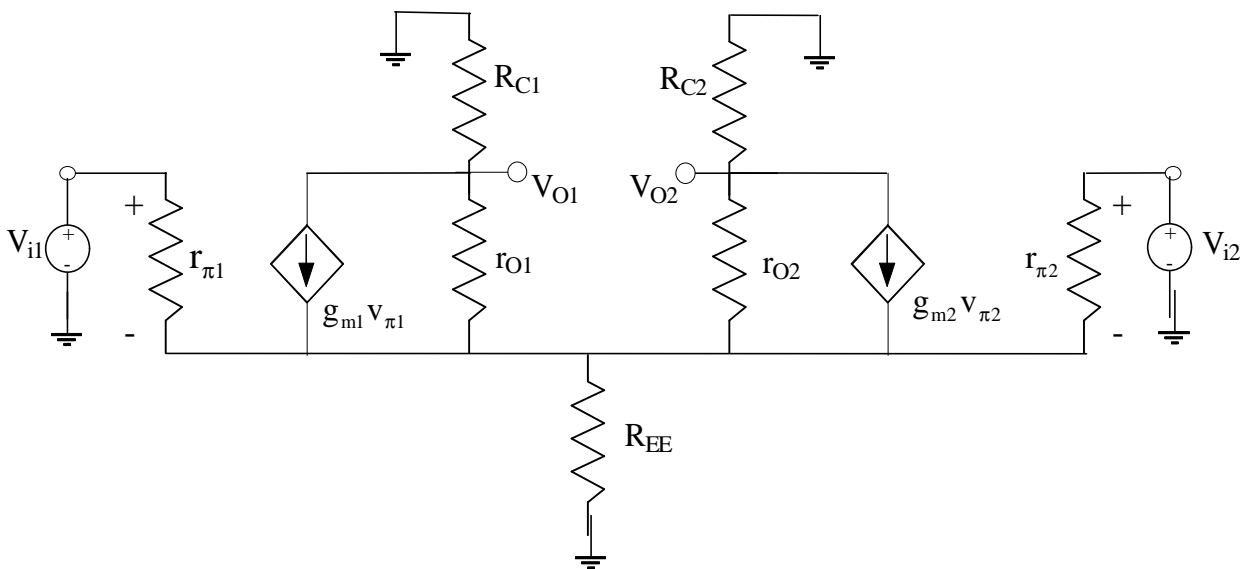
Questa figura mostra che, per grandi valori della degenerazione di emettitore, l'intervallo lineare di funzionamento viene esteso approssimativamente di una quantità pari a $I_{EE} R_E$. Naturalmente, questo comporta che il guadagno di tensione venga ridotto circa dello stesso fattore per cui viene aumentata la dinamica di ingresso.

Analisi per piccoli segnali

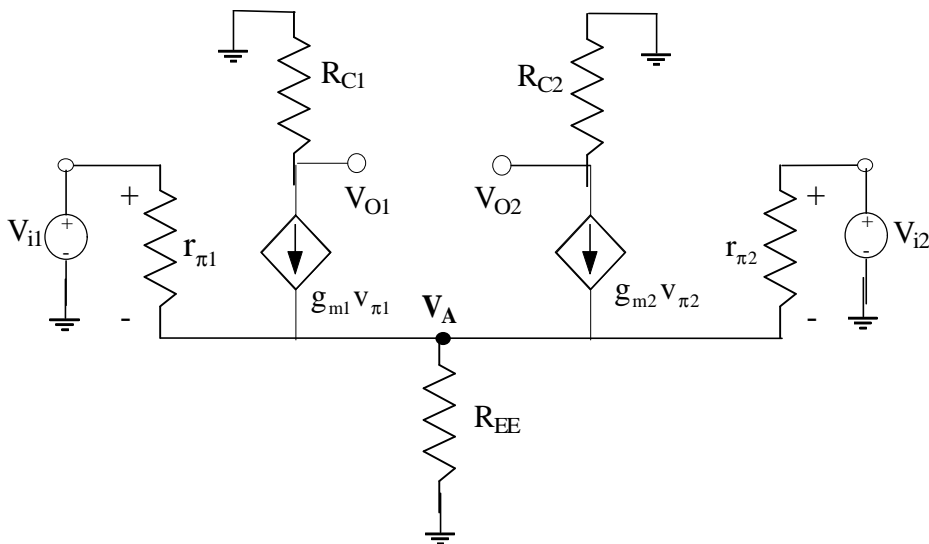
INTRODUZIONE

Nei paragrafi precedenti, abbiamo condotto l'analisi per grandi segnali dello stadio differenziale, al fine di ottenere delle equazioni di progetto e, soprattutto, la caratteristica di trasferimento tra l'ingresso e l'uscita. Tramite questa caratteristica, abbiamo individuato l'intervallo di tensione di ingresso V_{id} entro il quale lo stadio ha comportamento lineare. Ci mettiamo allora nell'ipotesi che V_{id} rientri in tale intervallo e passiamo quindi all'analisi di piccolo segnale, la quale, come vedremo, contribuisce a mettere bene in evidenza i pregi di uno stadio differenziale.

Andiamo dunque a disegnare il circuito equivalente per piccolo segnale dello stadio differenziale, ricordando, questa volta, di considerare la resistenza R_{EE} del generatore di corrente:



L'analisi di questo circuito si semplifica notevolmente se trascuriamo le resistenze di uscita r_{O1} e r_{O2} dei due BJT:



In questo circuito osserviamo facilmente che

$$V_{od} = V_{o1} - V_{o2} = -R_{C1}g_{m1}v_{\pi1} - (-R_{C2}g_{m2}v_{\pi2}) = -R_{C1}g_{m1}v_{\pi1} + R_{C2}g_{m2}v_{\pi2}$$

Nell'ipotesi che i due transistor siano identici e che anche le R_C siano identiche, le quantità incrementali sono uguali, per cui possiamo eliminare i pedici:

$$V_{od} = V_{o1} - V_{o2} = R_C g_m (v_{\pi2} - v_{\pi1})$$

Dobbiamo ora trovare le espressioni di $v_{\pi1}$ e $v_{\pi2}$: applicando la LKT, si osserva immediatamente che

$$V_{i1} = v_{\pi1} + V_A$$

$$V_{i2} = v_{\pi2} + V_A$$

Facciamo allora l'ipotesi, che vedremo essere tutt'altro che arbitraria, che risulti $V_A=0$: sotto questa ipotesi, è evidente che

$$V_{od} = R_C g_m (v_{\pi2} - v_{\pi1}) = R_C g_m (v_{i2} - v_{i1}) = -R_C g_m V_{id}$$

per cui possiamo concludere che

$$A_{dm} = \frac{V_{od}}{V_{id}} = -R_C g_m$$

Questo coefficiente, per motivi che saranno chiari tra poco, prende il nome di **guadagno di modo differenziale**.

Questo risultato vale dunque nell'ipotesi di ritenere nulla la tensione V_A del nodo A in cui si congiungono i due emettitori. Possiamo allora provare a calcolare questa tensione, in modo da renderci conto di quando essa sia realmente nulla e quando no.

Applichiamo la LKC al nodo A:

$$g_{m1}v_{\pi1} + g_{m2}v_{\pi2} + \frac{v_{\pi1}}{r_{\pi1}} + \frac{v_{\pi2}}{r_{\pi2}} = \frac{V_A}{R_{EE}}$$

Applicando inoltre la LKT, si osserva che $V_{i1} = v_{\pi1} + V_A$ e $V_{i2} = v_{\pi2} + V_A$, per cui possiamo esplicitare le due v_{π} in funzione di V_A e dei due ingressi:

$$g_{m1}(V_{i1} - V_A) + g_{m2}(V_{i2} - V_A) + \frac{(V_{i1} - V_A)}{r_{\pi1}} + \frac{(V_{i2} - V_A)}{r_{\pi2}} = \frac{V_A}{R_{EE}}$$

da cui quindi ricaviamo che

$$V_A = \frac{\left(g_m + \frac{1}{r_{\pi}}\right)(V_{i1} + V_{i2})}{\frac{1}{R_{EE}} + 2\left(g_m + \frac{1}{r_{\pi1}}\right)} = \frac{V_{i1} + V_{i2}}{\left(g_m + \frac{1}{r_{\pi}}\right)R_{EE} + 2} = \frac{V_{i1} + V_{i2}}{\left(\frac{g_m r_{\pi} + 1}{r_{\pi}}\right)R_{EE} + 2} = \frac{V_{i1} + V_{i2}}{\left(\frac{\beta + 1}{r_{\pi}}\right)R_{EE} + 2} = \frac{V_{i1} + V_{i2}}{\left(\frac{\beta + 1}{\beta}\right)g_m R_{EE} + 2}$$

Ricordando che β si suppone elevato e che R_{EE} è anch'essa molto elevata, possiamo concludere che

$$V_A \cong \frac{V_{i1} + V_{i2}}{\frac{1}{g_m R_{EE}} + 2} \cong \frac{V_{i1} + V_{i2}}{2}$$

Abbiamo cioè trovato che la tensione (di segnale) del nodo A è semplicemente la media $\frac{V_{i1} + V_{i2}}{2}$ del segnale di ingresso dello stadio: a tale media si dà il nome di **tensione di ingresso di modo comune** e vedremo in seguito quale sia la sua importanza. Per il momento, ci limitiamo ad osservare che quando il segnale in ingresso allo stadio è puramente differenziale, ossia quando $V_{i1} = -V_{i2}$, allora risulta $V_A = 0$ e quindi vale l'espressione del guadagno differenziale trovata prima; se, invece, il segnale di ingresso non è puramente differenziale, allora l'analisi rigorosa del circuito equivalente per piccoli segnali deve tener conto anche di V_A .

GUADAGNO DI TENSIONE DI MODO DIFFERENZIALE E DI MODO COMUNE

Per seguire questo approccio più rigoroso, possiamo procedere secondo una strada del tutto diversa rispetto a quella seguita nello studio di tutti i precedenti circuiti. In particolare, il fatto di avere due distinte tensioni di ingresso e due distinte tensioni di uscita e il fatto che il circuito sia lineare consentono di applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, al fine di ottenere 4 costanti che descrivono il comportamento del circuito al posto di una sola: ci aspettiamo, cioè, di arrivare a due equazioni nella forma

$$\begin{cases} V_{o1} = A_{11} V_{i1} + A_{12} V_{i2} \\ V_{o2} = A_{21} V_{i1} + A_{22} V_{i2} \end{cases}$$

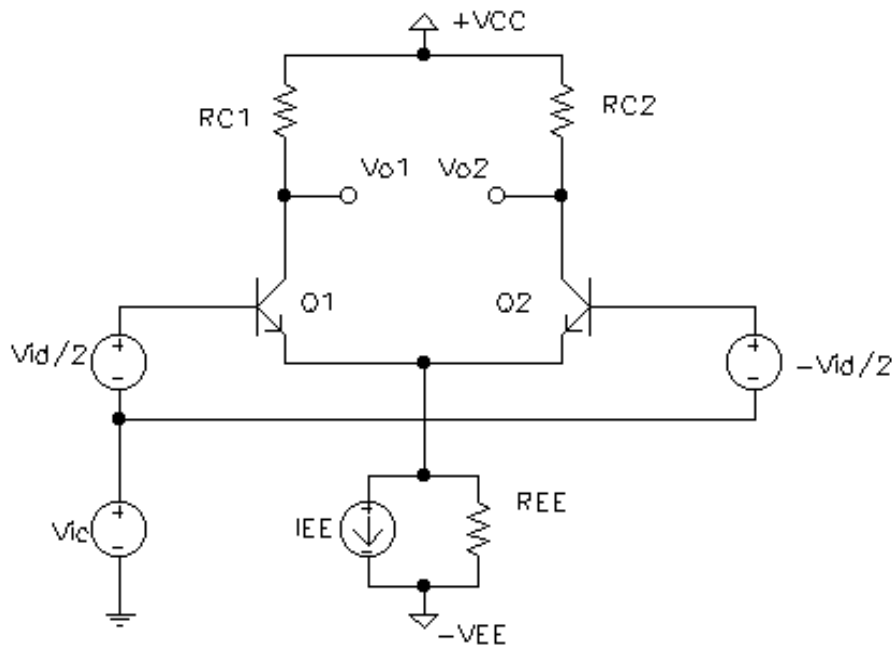
Si tratterebbe adesso di andare a calcolare i 4 coefficienti presenti in queste equazioni. Tuttavia, pur determinando le espressioni di tali coefficienti, si ottengono due equazioni che non consentono di mettere in evidenza, in modo efficace, l'effettivo comportamento del circuito così come viene normalmente utilizzato: in particolare, non si nota il fatto per cui lo stadio differenziale è bilanciato in modo tale da amplificare i segnali differenziali e da rigettare segnali comuni ad ambedue gli ingressi. Allora, per evidenziare meglio questo aspetto del comportamento del circuito, è più opportuno ridefinire le tensioni di ingresso e di uscita: per quanto riguarda l'ingresso, considereremo perciò una **tensione di ingresso di modo differenziale** $V_{id} = V_{i1} - V_{i2}$ e una **tensione di ingresso di modo**

comune $V_{ic} = \frac{V_{i1} + V_{i2}}{2}$. In pratica, mentre V_{id} è il segnale che noi vogliamo conservare ed eventualmente amplificare mediante lo stadio, V_{ic} rappresenta invece il segnale che speriamo di poter eliminare, visto che rappresenta generalmente un rumore.

Si capisce ancora meglio cosa siano V_{id} e V_{ic} andando a trovare le espressioni delle due reali tensioni di ingresso:

$$\begin{cases} V_{i1} = \frac{V_{id}}{2} + V_{ic} \\ V_{i2} = -\frac{V_{id}}{2} + V_{ic} \end{cases}$$

Lo schema seguente spiega il significato di queste due ultime relazioni, in quanto evidenzia la scomposizione dei due ingressi:



In modo del tutto analogo quanto fatto per l'ingresso, possiamo definire due nuove variabili di uscita: avremo infatti una **tensione di uscita di modo differenziale** $V_{od} = V_{o1} - V_{o2}$ e una **tensione di uscita di modo comune** $V_{oc} = \frac{V_{o1} + V_{o2}}{2}$. Da queste due definizioni possiamo ricavare le due reali tensioni di uscita:

$$\begin{cases} V_{o1} = \frac{V_{od}}{2} + V_{oc} \\ V_{o2} = -\frac{V_{od}}{2} + V_{oc} \end{cases}$$

A questo punto, con queste nuove posizioni, siamo interessati ad individuare due equazioni nella forma

$$\begin{cases} V_{od} = A_{dm} V_{id} + A_{cm-dm} V_{ic} \\ V_{oc} = A_{dm-cm} V_{id} + A_{cm} V_{ic} \end{cases}$$

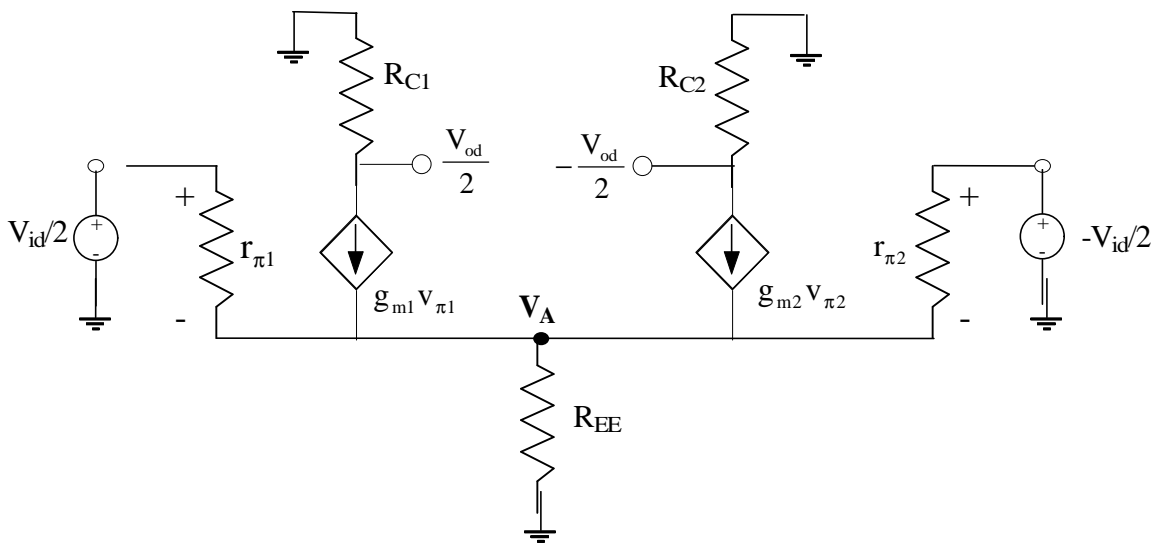
dove il significato dei vari pedici sarà descritto più avanti.

Per trovare quei coefficienti, non resta che effettuare l'analisi di piccolo segnale dello stadio. In particolare, applicando la sovrapposizione degli effetti (valida in quanto stiamo supponendo il funzionamento dello stadio nella regione lineare) possiamo valutare prima quello che accade in presenza del solo segnale differenziale V_{id} e poi quello che accade in presenza del solo segnale di modo comune V_{ic} :

$$\text{segnale differenziale} \begin{cases} A_{dm} = \frac{V_{od}}{V_{id}} \Big|_{V_{ic}=0} \\ A_{dm-cm} = \frac{V_{oc}}{V_{id}} \Big|_{V_{ic}=0} \end{cases} \quad \text{segnale com une} \begin{cases} A_{cm-dm} = \frac{V_{od}}{V_{ic}} \Big|_{V_{id}=0} \\ A_{dm-cm} = \frac{V_{oc}}{V_{ic}} \Big|_{V_{id}=0} \end{cases}$$

Cominciamo dunque dal caso in cui l'unico ingresso è il segnale differenziale $V_{id}=V_{i1}-V_{i2}$.

In accordo allo schema tracciato poco fa, dobbiamo porre $V_{ic}=0$, mentre sarà $V_{i1} = \frac{V_{id}}{2}$ e $V_{i2} = -\frac{V_{id}}{2}$; il circuito da analizzare risulta essere il seguente:



I calcoli su questo circuito sono stati già fatti prima, in quanto abbiamo trovato che la tensione del nodo A, in presenza del solo segnale differenziale, è nulla. Ci basta dunque riportare il risultato ottenuto prima:

$$A_{dm} = \frac{V_{od}}{V_{id}} \Big|_{V_{ic}=0} = -R_C g_m$$

Come già anticipato, il coefficiente A_{dm} prende il nome di **guadagno di modo differenziale** e rappresenta la variazione dell'uscita differenziale V_{od} dovuta ad una variazione unitaria dell'ingresso differenziale V_{id} .

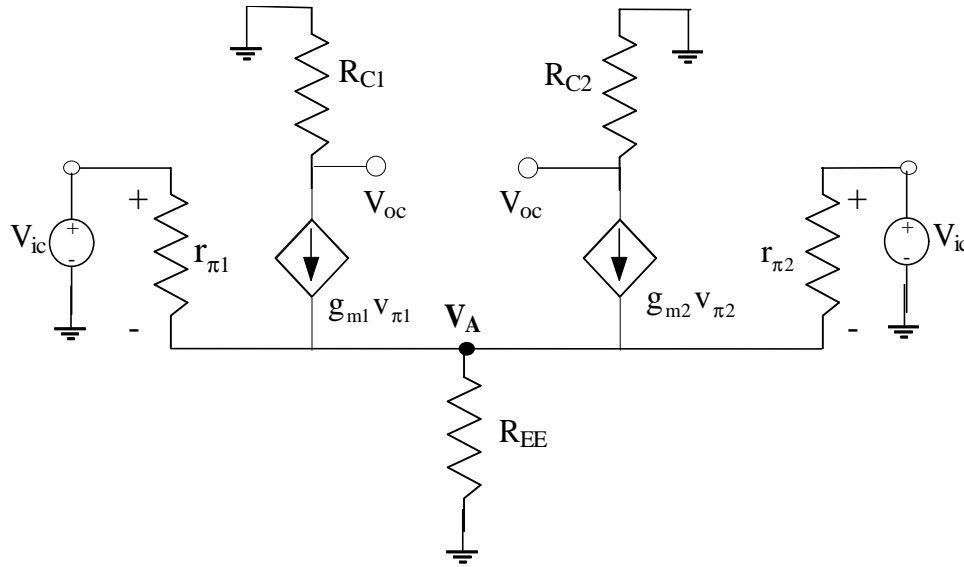
Adesso dobbiamo calcolare il coefficiente A_{dm-cm} , che rappresenta il contributo alla V_{oc} dovuto alla V_{id} (o, ciò che è lo stesso, la variazione di V_{oc} dovuta ad una variazione unitaria di V_{id}): tuttavia, ricordando che $V_{oc} = \frac{V_{o1} + V_{o2}}{2}$ e osservando che, in presenza del solo segnale differenziale, risulta

$$V_{o1} + V_{o2} = -R_{C1} g_{m1} v_{\pi1} + (-R_{C2} g_{m2} v_{\pi2}) = -R_C g_m (v_{\pi1} + v_{\pi2}) = -R_C g_m (v_{i1} + v_{i2}) = 0$$

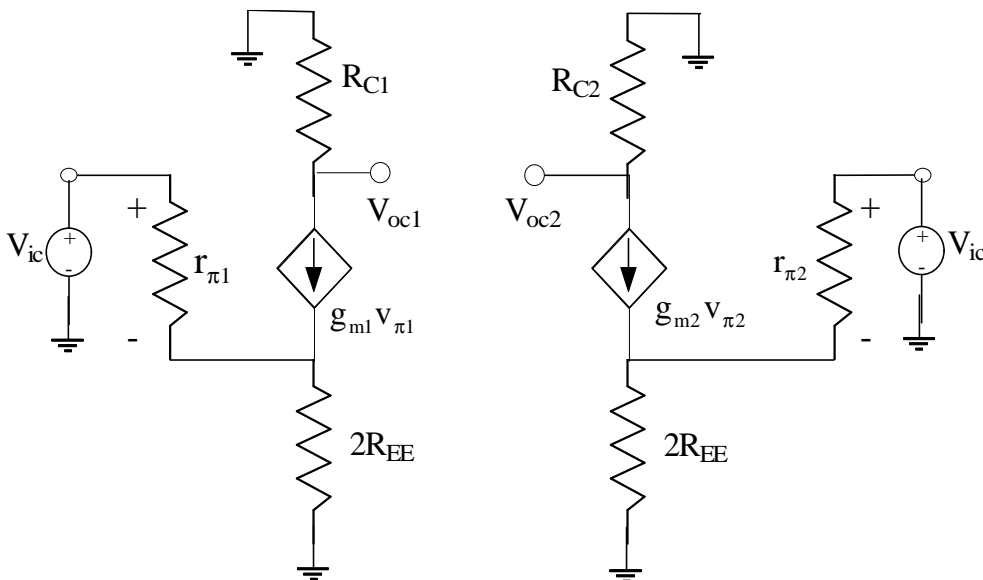
deduciamo che $V_{oc}=0$, ossia che non c'è uscita di modo comune in presenza di un segnale puramente differenziale in ingresso.

Abbiamo cioè concluso che, in presenza del solo ingresso differenziale, l'uscita è a sua volta puramente differenziale ed è legata all'ingresso dal guadagno A_{dm} .

Passiamo adesso al caso in cui l'ingresso è costituito dal segnale di modo comune V_{ic} che va applicato ad entrambe le basi dei transistor:



Si osserva immediatamente che il circuito è perfettamente simmetrico rispetto al nodo A. In virtù di questo, lo possiamo senz'altro ridisegnare sdoppiando R_{EE} in due resistori di valore $2R_{EE}$ posti in parallelo e sconnettendo i due emettitori:



A questo punto, le due “porzioni” di circuito sono identiche tra loro (oltre che indipendenti) e, perciò, ciascuna di esse prende il nome di “**semicircuito**”: è possibile studiare uno qualsiasi dei due semicircuiti, in quanto le conclusioni per l'altro saranno identiche. Non solo, ma si osserva anche che entrambi i semicircuiti coincidono con il circuito equivalente per piccolo segnale di uno stadio ad emettitore comune avente degenerazione $2R_{EE}$: ciò significa che la formula del guadagno sarà quella dello stadio a degenerazione con $2R_{EE}$ al posto della “classica” R_E , ossia

$$A_{cm} = \frac{V_{oc}}{V_{ic}} = \frac{-g_m R_C}{1 + 2g_m R_{EE}}$$

Il coefficiente A_{cm} prende dunque il nome di **guadagno di modo comune** e rappresenta la variazione dell'uscita di modo comune V_{oc} dovuta ad una variazione unitaria dell'ingresso di modo comune V_{ic} .

Resta da calcolare il coefficiente A_{cm-dm} , che rappresenta il contributo alla V_{od} dovuto alla V_{ic} : tuttavia, è evidente che, se le uscite dei due rami sono identiche, la loro differenza è nulla, ossia è nulla la tensione differenziale di uscita. Così come valeva per l'ingresso puramente differenziale, abbiamo cioè concluso che, *in presenza del solo ingresso di modo comune, l'uscita è a sua volta di modo comune ed è legata all'ingresso dal guadagno A_{cm} .*

Possiamo perciò concludere che le due equazioni che descrivono il comportamento per piccolo segnale dello stadio differenziale sono le seguenti:

$$\begin{cases} V_{od} = A_{dm} V_{id} = -g_m R_C V_{id} \\ V_{oc} = A_{cm} V_{ic} = \frac{-g_m R_C}{1 + 2g_m R_{EE}} V_{ic} \end{cases}$$

N.B. E' opportuno osservare che *i parametri A_{cm-dm} e A_{dm-cm} risultano nulli solo nel caso in cui il circuito risulta perfettamente simmetrico, cosa che accade nel caso di transistori e resistori di carico identici. Nei circuiti reali, questa situazione non si verifica mai, a causa delle inevitabili dissimmetrie dei componenti, per cui anche gli altri due guadagni vanno tenuti in conto.*

Se adesso supponiamo che siano presenti sia l'ingresso differenziale sia quello di modo comune, le due uscite saranno chiaramente

$$\begin{cases} V_{o1} = \frac{V_{od}}{2} + V_{oc} = \frac{A_{dm} V_{id}}{2} + A_{cm} V_{ic} \\ V_{o2} = -\frac{V_{od}}{2} + V_{oc} = -\frac{A_{dm} V_{id}}{2} + A_{cm} V_{ic} \end{cases}$$

Allora, dato che il nostro scopo è quello di mantenere ed eventualmente amplificare il segnale differenziale e di abbattere il segnale di modo comune, dovremo fare in modo che A_{cm} risulti quanto più basso possibile. Questo effettivamente avviene: infatti, nell'espressione di tale guadagno, se la resistenza di Norton R_{EE} del generatore di corrente è sufficientemente elevata, risulta

$$A_{cm} = \frac{-g_m R_C}{1 + 2g_m R_{EE}} \cong \frac{-g_m R_C}{2g_m R_{EE}} = \frac{-R_C}{2R_{EE}}$$

Se, per esempio, $R_C=10k\Omega$ ed $R_{EE}=100k\Omega$, risulta $A_{cm}=0.05$, il che indica un abbattimento consistente del segnale di modo comune.

N.B. E' opportuno fare una osservazione: *dire che $A_{cm} \ll A_{dm}$ equivale a dire che la dinamica di ingresso per il segnale di modo comune è molto maggiore di quella per il segnale differenziale.*

Si definisce, a questo punto, **rapporto di reiezione di modo comune** (brevemente **CMRR**, che sta appunto per *Common Mode Rejection Ratio*) il rapporto tra il guadagno di modo differenziale e quello di modo comune: sostituendo le espressioni dei due guadagni, tale rapporto è evidentemente

$$\text{CMRR} = \frac{A_{dm}}{A_{cm}} = \frac{-R_C g_m}{\frac{-g_m R_C}{1 + 2g_m R_{EE}}} = 1 + 2g_m R_{EE} \cong 2g_m R_{EE}$$

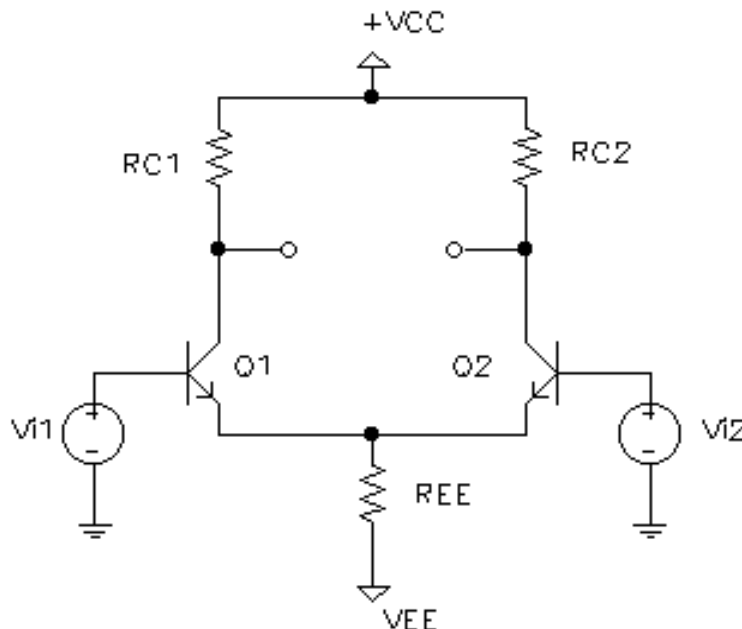
Ricordando la definizione di transconduttanza di un BJT, abbiamo che

$$\text{CMRR} = 2 \frac{I_C}{V_T} R_{EE}$$

Inoltre, ritornando a quanto detto nell'analisi per grandi segnali dello stadio differenziale, ci ricordiamo che la quantità $2I_C$ è pari, approssimativamente, alla corrente I_{EE} fornita dal generatore di corrente:

$$\text{CMRR} = \frac{I_{EE} R_{EE}}{V_T}$$

Questa formula è molto importante se si considera che il prodotto $I_{EE} R_{EE}$ non è altro che la tensione equivalente di Thevenin del generatore di corrente I_{EE} :



Si ripropone, quindi, ancora una volta, il problema di come realizzare il generatore di corrente: dato che è nostro interesse realizzare un CMRR alto, è necessario avere anche V_{EE} alta (corrispondente ad una I_{EE} prefissata e ad una R_{EE} alta), il che è ottenibile solo utilizzando uno specchio di corrente. E' evidente che, *avendo a disposizione un generatore di*

corrente ideale (cioè con $R_{EE}=\infty$), si otterrebbe $A_{cm}=0$ e quindi $CMRR=\infty$, ossia uno stadio amplificatore che non risente minimamente del modo comune in ingresso.

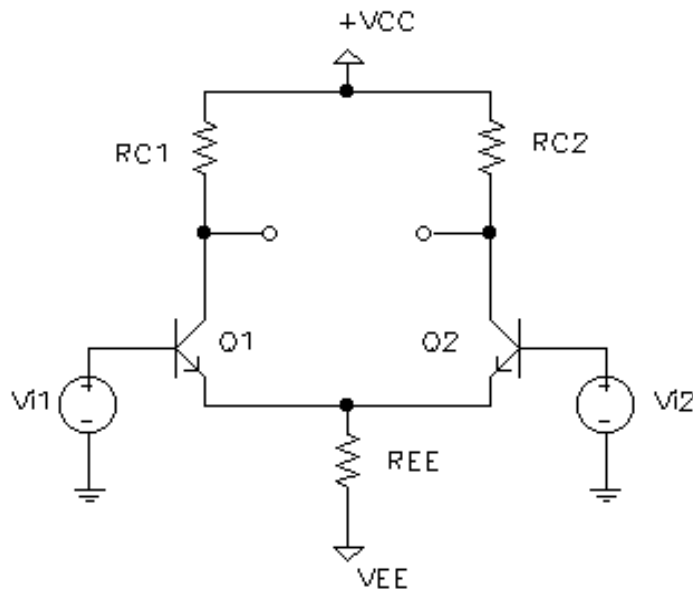
Ricordiamo, infine, a proposito del CMRR, che spesso viene espresso in dB:

$$CMRR(dB) = 20 \log_{10} CMRR = 20 \log_{10} \frac{A_{dm}}{A_{cm}}$$

Da qui deduciamo che per ogni raddoppio di $\frac{A_{dm}}{A_{cm}}$, il CMRR aumenta di 6dB, mentre per ogni dimezzamento di $\frac{A_{dm}}{A_{cm}}$, il CMRR diminuisce di 6dB.

Esempio numerico

Consideriamo l'amplificatore differenziale rappresentato nella figura seguente:



Supponendo $R_{C1}=R_{C2}=10k\Omega$, $R_{EE}=10k\Omega$ e $V_{CC}=-V_{EE}=-15V$, vogliamo calcolare il CMRR.

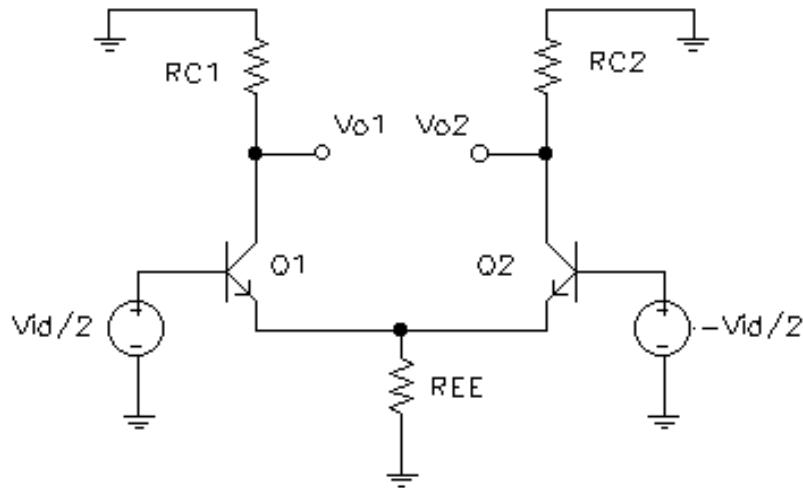
Tenendo conto del fatto che la tensione di Thevenin del generatore di corrente è la tensione ai capi della R_{EE} , ossia $-0.7-(-15)=14.3V$, abbiamo che

$$CMRR = \frac{I_{EE} R_{EE}}{V_T} = \frac{14.3V}{26mV} = 550 \xrightarrow{20 \log_{10} CMRR} 54dB$$

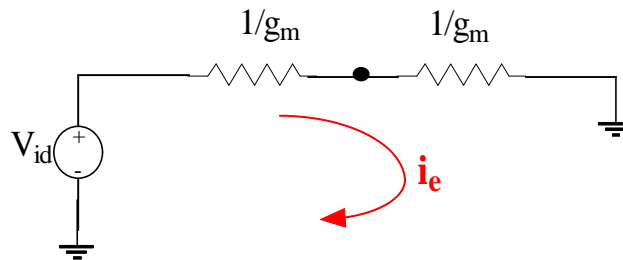
Calcolo dei guadagni di tensione mediante l'equivalente di Thevenin

Nel paragrafo precedente abbiamo calcolato i guadagni di tensione ragionando sul circuito equivalente per piccolo segnale dello stadio differenziale. Un modo alternativo di pervenire agli stessi risultati è quello di utilizzare l'equivalente di Thevenin per il segnale.

Proviamo ad esempio a calcolare il **guadagno di modo differenziale**:



In questo circuito, sappiamo che la tensione di segnale del nodo A è nulla per via della simmetria, per cui la resistenza R_{EE} è cortocircuitata e può essere perciò ignorata. Premesso questo, l'applicazione dell'equivalente di Thevenin per il segnale consiste semplicemente nel determinare l'equivalente di Thevenin visto dall'emettitore di Q1 verso l'alto e dall'emettitore di Q2 verso l'alto. Sappiamo bene che ciascuno di tali equivalenti è costituito da una resistenza $1/g_m$ e da una tensione pari a quella applicata alla base del transistor, per cui il circuito si riduce al seguente:



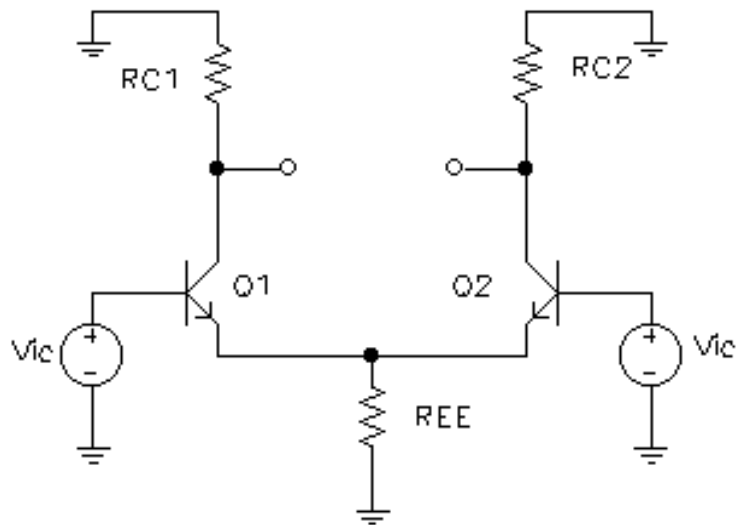
La corrente che scorre in questo circuito non è altro che la corrente di emettitore dei due transistor:

$$i_e = \frac{V_{id}}{\frac{1}{g_m} + \frac{1}{g_m}} = \frac{g_m V_{id}}{2}$$

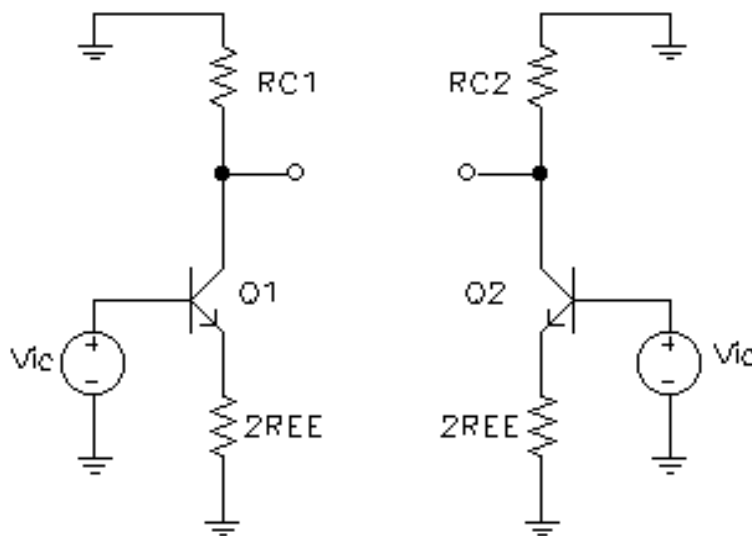
Questa corrente è approssimativamente pari alla corrente di collettore dei due transistor, per cui possiamo calcolare le rispettive tensioni di uscita e la loro differenza:

$$\begin{cases} V_{od1} = -R_C i_{c1} = -\frac{R_C g_m V_{id}}{2} \\ V_{od2} = R_C i_{c2} = \frac{R_C g_m V_{id}}{2} \end{cases} \longrightarrow V_{od} = V_{od1} - V_{od2} = -R_C g_m V_{id} \longrightarrow A_{dm} = \frac{V_{od}}{V_{id}} = -R_C g_m$$

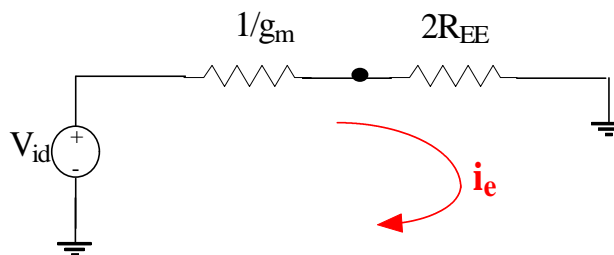
Abbiamo evidentemente ottenuto lo stesso risultato di prima.
 Passiamo adesso al calcolo del guadagno di modo comune:



In questo caso, i due equivalenti sono gli stessi, ma la R_{EE} non va più esclusa, in quanto la tensione di segnale del nodo A non è più nulla. Tuttavia, possiamo ancora una volta sdoppiare R_{EE} in due resistori di valore $2R_{EE}$ posti in parallelo e sconnettere i due emettitori:



Facendo per uno qualsiasi dei due semicircuiti l'equivalente di Thevenin visto dall'emettitore verso l'alto, si perviene al circuito seguente:



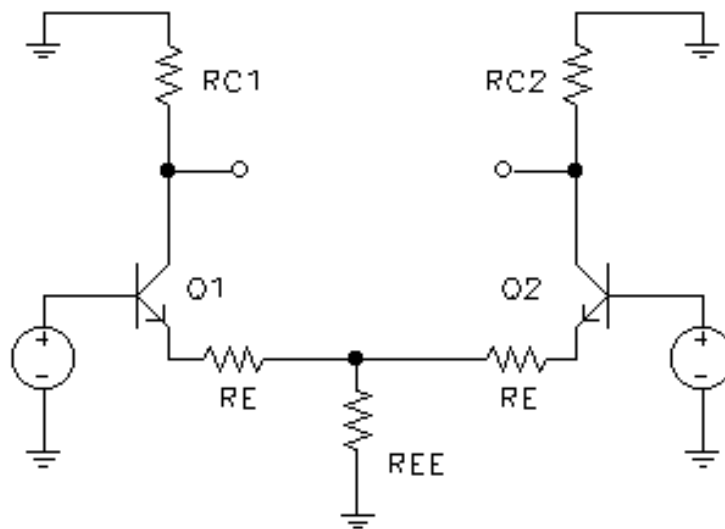
La corrente che scorre in questo circuito è sempre la corrente di emettitore del transistor, pari a quella di collettore:

$$i_c \cong i_e = \frac{V_{ic}}{\frac{1}{g_m} + 2R_{EE}}$$

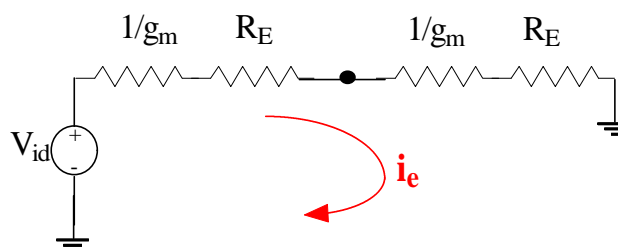
Possiamo allora calcolare la tensione di uscita:

$$V_{oc} = -R_C i_c = -\frac{R_C V_{ic}}{\frac{1}{g_m} + 2R_{EE}} \longrightarrow A_{cm} = \frac{V_{oc}}{V_{ic}} = -\frac{R_C}{\frac{1}{g_m} + 2R_{EE}} = -\frac{g_m R_C}{1 + 2g_m R_{EE}}$$

Il metodo dell'equivalente di Thevenin per il segnale diventa particolarmente utile nel caso in cui lo stadio differenziale preveda anche le due **degenerazioni di emettitore**, come nella figura seguente (riferita al segnale, ossia con le alimentazioni e I_{EE} passivati):



In questo caso, i due equivalenti sono gli stessi, in quanto sono fatti sempre dai rispettivi emettitori guardando verso l'alto, ma cambia il circuito nei quali tali equivalenti vanno inseriti, proprio a causa della presenza delle R_E . Ad esempio, se consideriamo il caso di ingresso puramente differenziale, per cui possiamo ancora una volta eliminare la R_{EE} , il circuito nel quale calcolare la corrente di emettitore dei due transistor è il seguente:



Abbiamo dunque che

$$i_e = \frac{V_{id}}{\frac{2}{g_m} + 2R_E}$$

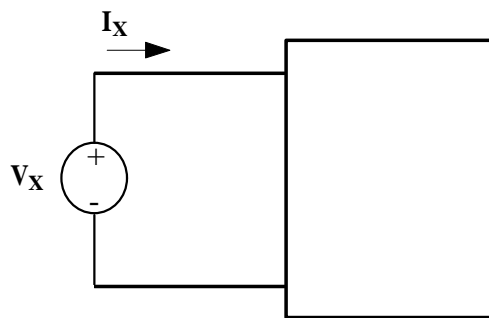
da cui deduciamo che

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{od1} = -R_C i_{c1} = -R_C \frac{V_{id}}{\frac{2}{g_m} + 2R_E} \\ V_{od2} = R_C i_{c2} = R_C \frac{V_{id}}{\frac{2}{g_m} + 2R_E} \end{array} \right. \longrightarrow V_{od} = V_{od1} - V_{od2} = -R_C \frac{V_{id}}{\frac{1}{g_m} + R_E} \longrightarrow \boxed{A_{dm} = \frac{V_{od}}{V_{id}} = -\frac{1}{\frac{1}{g_m} + R_E}}$$

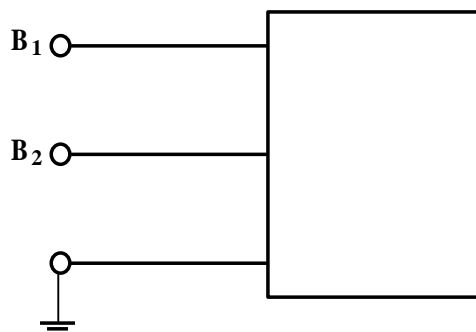
RESISTENZA DI INGRESSO

Continuando l'analisi per piccoli segnali dell'amplificatore differenziale, vogliamo adesso calcolare la resistenza di ingresso dello stadio. A questo proposito, è importante capire subito per quale motivo la resistenza di ingresso sia diversa a seconda che sia quella di modo differenziale (R_{id}) o quella di modo comune (R_{ic}).

Intuitivamente, non ci si aspetta nessuna differenza, in quanto sappiamo che il calcolo della resistenza di ingresso prescinde dal segnale applicato in ingresso:

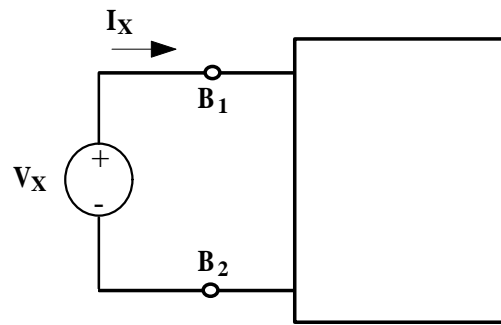


Anche nello stadio differenziale vale, ovviamente, la stessa definizione; *la differenza tra R_{id} e R_{ic} deriva dal fatto che calcoliamo il rapporto V_X/I_X in corrispondenza di due porte diverse del circuito che rappresenta la black box dello schema precedente*. Infatti, nello stadio differenziale possiamo individuare essenzialmente 3 terminali di ingresso:

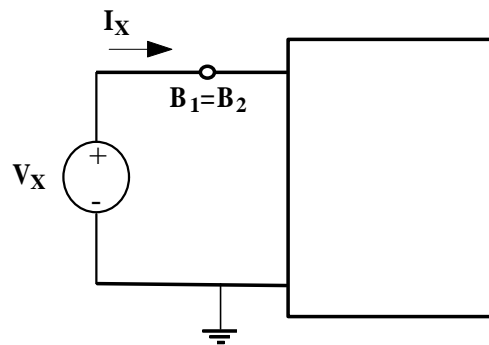


Abbiamo perciò le seguenti possibilità:

- nel calcolo della resistenza di ingresso di modo differenziale, la porta cui siamo interessati è quella costituita dalle due basi dei transistor:

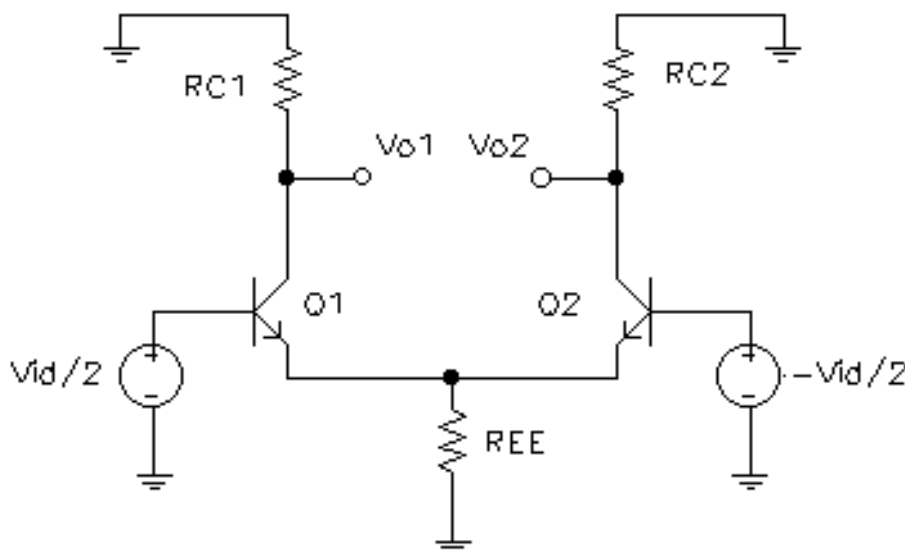


- nel calcolo della resistenza di ingresso di modo comune, invece, essendo le due basi in corto (sottoposte entrambe alla tensione di modo comune V_{ic} riferita a massa), la porta è rappresentata da una qualsiasi delle due basi e dalla massa:



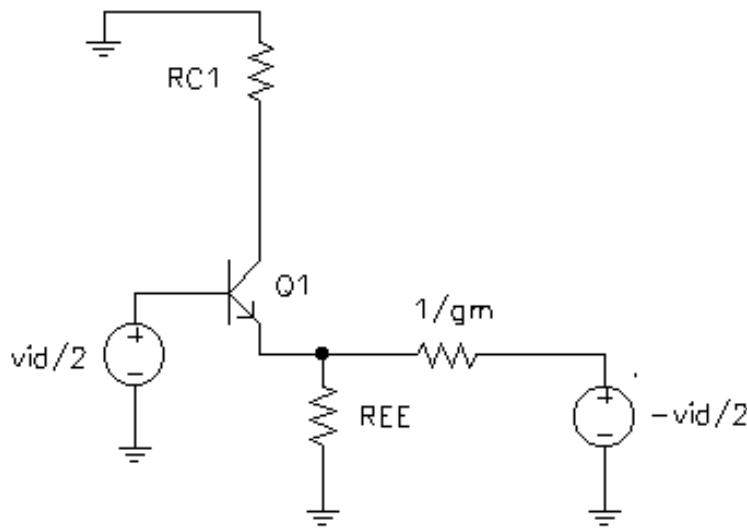
Ecco spiegato per quale motivo abbiamo due resistenze di ingresso diverso. Fatte queste premesse, passiamo ai calcoli veri e propri.

Per il calcolo della **resistenza di ingresso di modo differenziale**, il circuito su cui ragionare è il seguente:

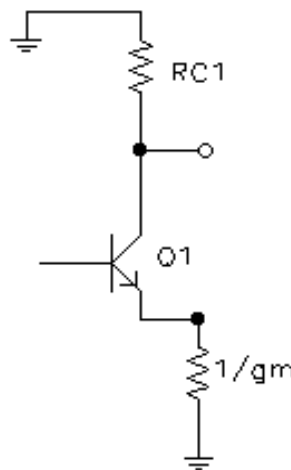


A rigore, dovremmo procedere utilizzando il circuito equivalente per piccoli segnali, ma possiamo anche farne a meno con il seguente ragionamento.

In primo luogo, la resistenza di Thevenin che il nodo A vede verso destra non è altro che la resistenza di Thevenin di segnale $1/g_m$, per cui possiamo sostituire tutto il ramo che fa capo a Q2 con tale resistenza:



Questa resistenza $1/g_m$ va in parallelo alla R_{EE} , per cui potremmo sostituire il tutto con $\frac{1}{g_m} // R_{EE}$: tuttavia, R_{EE} vale qualche centinaio di $k\Omega$, per cui nel parallelo prevale sicuramente la $1/g_m$, che vale qualche decina di Ω :

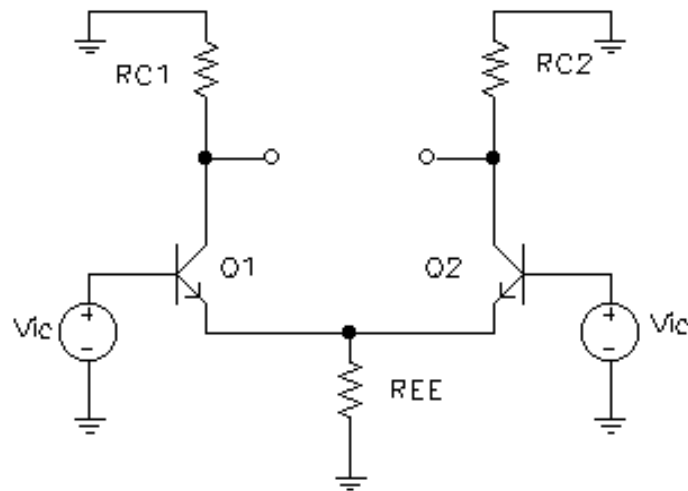


A questo punto, la resistenza di ingresso R_{id} che intendiamo calcolare risulta evidentemente pari alla resistenza di ingresso di uno stadio a degenerazione di emettitore, dove la degenerazione non è la "classica R_E " ma $1/g_m$: applicando allora la formula trovata a suo tempo e considerando che le g_m dei due transistor sono uguali, possiamo concludere che

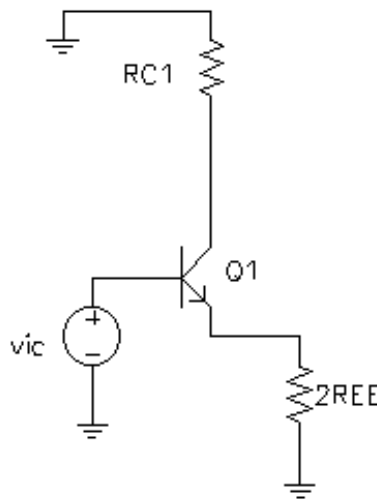
$$R_{id} = r_{\pi} + (\beta + 1) \frac{1}{g_m} \cong 2r_{\pi}$$

Abbiamo dunque trovato che la resistenza di ingresso di modo differenziale è pari al doppio della r_{π} dei transistor, il che è sicuramente un vantaggio rispetto agli stadi elementari (a BJT) considerati in precedenza, i quali avevano generalmente una resistenza di ingresso pari semplicemente a r_{π} (pensiamo all'invertitore).

Passiamo ora al calcolo della **resistenza di ingresso di modo comune**:



Ancora una volta possiamo ragionare con la tecnica del semicircuito:



Il circuito è identico a quello considerato per la R_{id} , con la differenza che la degenerazione di emettitore vale questa volta $2R_{EE}$:

$$R_{ic} = r_{\pi} + (\beta + 1)2R_{EE} \cong r_{\pi} (1 + g_m 2R_{EE})$$

Eempio numerico

Supponiamo che lo stadio differenziale sia formato da due BJT aventi guadagno $\beta=100$; supponiamo, inoltre, che la polarizzazione avvenga mediante un generatore di corrente $I_{EE}=2\text{mA}$ avente resistenza di uscita $R_{EE}=10\text{k}\Omega$: con questi valori, si ottiene

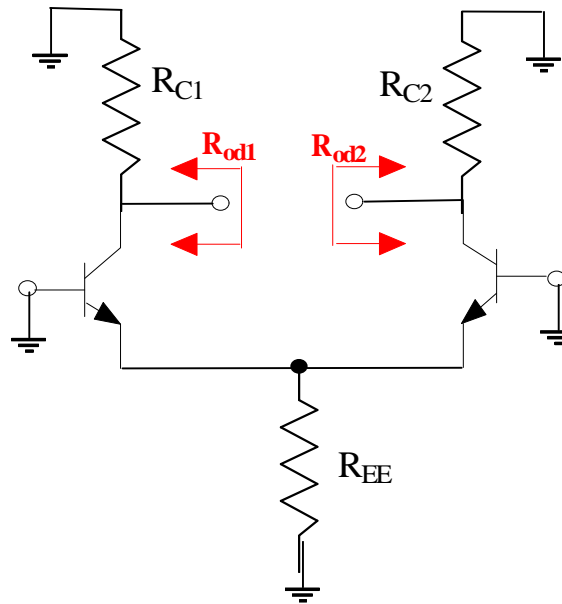
$$R_{ic} = r_{\pi} (1 + g_m 2R_{EE}) = \frac{\beta V_T}{I_C} \left(1 + \frac{I_C}{V_T} 2R_{EE} \right) \cong \frac{2\beta V_T}{I_{EE}} \left(1 + \frac{I_{EE}}{2V_T} 2R_{EE} \right) = 4.6\text{k}\Omega$$

$$R_{id} = 2r_{\pi} = 2 \frac{\beta V_T}{I_C} = 4 \frac{\beta V_T}{I_{EE}} = 5.2\text{k}\Omega$$

RESISTENZA DI USCITA

Il passo successivo, nell'analisi per piccoli segnali dell'amplificatore differenziale, è nel calcolo della resistenza di uscita dello stadio, che ancora una volta andrà riferita prima all'ingresso differenziale e poi a quello di modo comune.

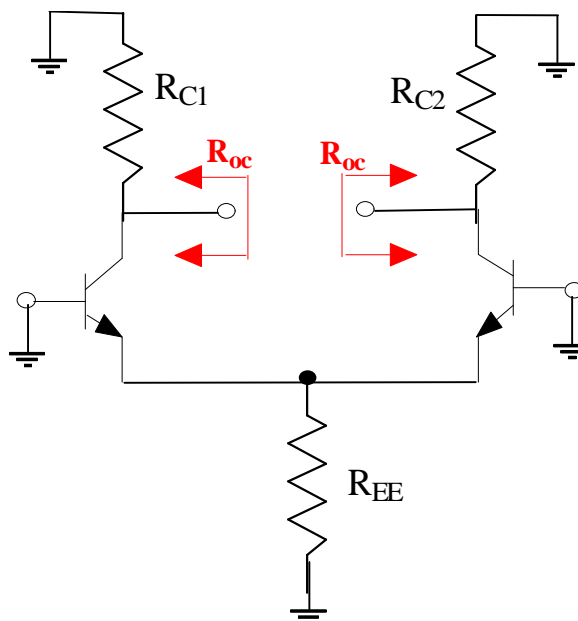
Per il calcolo della **resistenza di uscita di modo differenziale**, il circuito su cui ragionare è il seguente:



Considerando ancora una volta che la tensione di segnale del nodo A è nulla in presenza del solo ingresso differenziale, deduciamo che dai due terminali di uscita si vedono le resistenze di uscite dei due BJT in parallelo alle due R_C , per cui

$$\begin{cases} R_{od1} = r_o // R_C \\ R_{od2} = r_o // R_C \end{cases} \longrightarrow \boxed{R_{od} = 2(r_o // R_C)}$$

Passiamo alla resistenza di uscita di modo comune, da calcolare sul circuito seguente:



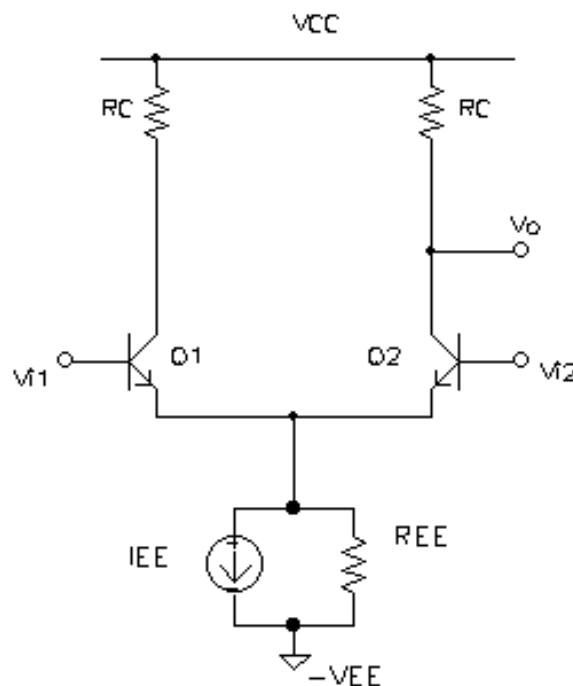
Ancora una volta con la tecnica del semicircuito, si tratterà della resistenza di uscita di uno stadio invertitore avente degenerazione di emettitore $2R_{EE}$, per cui

$$R_{oc} \cong [r_o(1 + 2g_m R_{EE})] // R_C$$

Convertitore npn ingresso differenziale - uscita singola con carico resistivo

INTRODUZIONE

Nei paragrafi precedenti, abbiamo sempre considerato l'amplificatore differenziale come uno stadio che presenta due ingressi (V_{i1} e V_{i2}) e due uscite (V_{o1} e V_{o2}) e, in questo senso, diciamo che si tratta di uno *stadio ad ingresso differenziale ed uscita differenziale*. Tuttavia, nessuno ci impedisce di considerare, anziché le due uscite, una sola delle due, come nella figura seguente:



Questo circuito è il caso più semplice di **convertitore da ingresso differenziale ad uscita singola**.

L'analisi di questo circuito è chiaramente identica a quella dello stadio "differenziale" classico, con la differenza di considerare come unica uscita la tensione $V_o = V_{O2}$: riprendendo allora gli stessi risultati trovati all'inizio del capitolo, possiamo immediatamente scrivere che l'uscita di segnale ha espressione

$$V_o = V_{o2} = -\frac{V_{od}}{2} + V_{oc} = -\frac{A_{dm} V_{id}}{2} + A_{cm} V_{ic}$$

Volendo esprimere V_o in termini del CMRR, ci basta fare qualche semplice passaggio algebrico:

$$V_o = -\frac{A_{dm}}{2} \left(V_{id} - \frac{A_{cm}}{A_{dm}} 2V_{ic} \right) = -\frac{A_{dm}}{2} \left(V_{id} - \frac{2V_{ic}}{CMRR} \right) = \frac{R_C g_m}{2} \left(V_{id} - \frac{2V_{ic}}{CMRR} \right)$$

Questa relazione mostra una serie di cose interessanti:

- in primo luogo, si osserva subito che un eventuale segnale di modo comune V_{ic} produce variazioni della tensione di uscita;
- in secondo luogo, si osserva che il guadagno di modo differenziale si è evidentemente dimezzato rispetto a quando preleviamo l'uscita differenziale, il che indica quindi un leggero peggioramento delle prestazioni del circuito in termini di guadagno;

Possiamo fare qualche altro passaggio analitico sull'espressione di V_o : per quanto riguarda, infatti, il CMRR, possiamo intanto scrivere

$$CMRR = \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \cong 2g_m R_{EE} = 2g_m r_{O3} = 2 \frac{I_C}{V_T} r_{O3} = \frac{I_{EE}}{V_T} r_{O3} = \frac{I_{EE}}{V_T} \frac{|V_{A3}|}{I_{EE}} = \frac{|V_{A3}|}{V_T}$$

dove abbiamo tenuto conto che la resistenza di uscita del generatore di corrente coincide con quella del BJT Q3 e dove $I_C = I_{EE}/2$ è la corrente di collettore di uno qualsiasi tra Q1 e Q2.

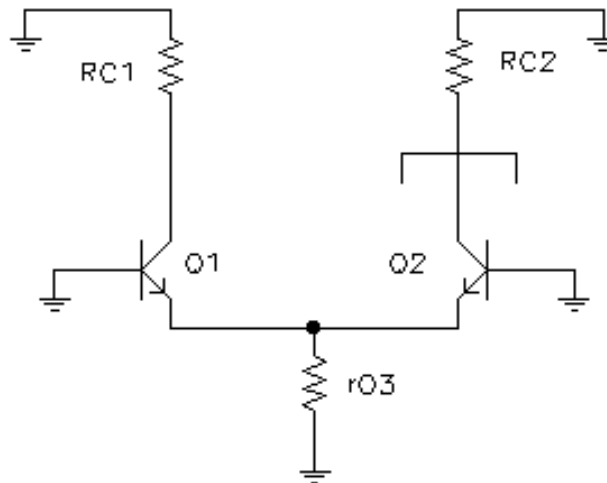
Sostituendo allora nell'espressione di V_o , concludiamo che

$$V_o = \frac{R_C I_C}{2V_T} \left(V_{id} - \frac{2V_T}{|V_{A3}|} V_{ic} \right) = \frac{R_C I_C}{2V_T} V_{id} - \frac{R_C I_C}{|V_{A3}|} V_{ic} = \frac{R_C I_C}{2V_T} V_{id} - \frac{R_C}{2r_{O3}} V_{ic}$$

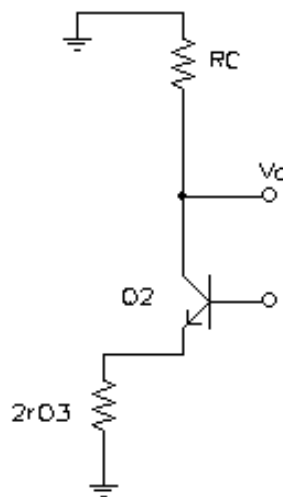
Si ottiene, dunque, che le variazioni di V_o dovute all'eventuale segnale V_{ic} di modo comune sono proporzionali a V_{ic} stesso secondo il coefficiente $\boxed{-\frac{R_C}{2r_{O3}}}$: in accordo a quanto già anticipato in precedenza, deduciamo quindi che, a parità di polarizzazione, l'influenza del modo comune sull'uscita è tanto minore quanto maggiore è l'effetto Early di Q3, ossia quindi quanto maggiore è la resistenza di uscita dello specchio. Ciò significa, per esempio, che potremmo ottenere un abbattimento ancora maggiore del modo comune se usassimo, al posto dello specchio semplice, uno specchio di Wilson, il quale ha notoriamente una resistenza di uscita $\frac{\beta}{2} r_o$, oppure uno specchio cascode, la cui resistenza di uscita è βr_o . Quando passeremo a parlare di stadi differenziali con carichi attivi, daremo dei cenni su questi circuiti.

Resistenza di uscita di modo comune

Può essere interessante calcolare la resistenza di uscita di modo comune in questo circuito, ossia la resistenza vista guardando dentro il collettore di Q2. Per determinare questa resistenza, basta fare il seguente ragionamento: in primo luogo, sappiamo bene che, quando il segnale in ingresso è solo quello di modo comune, la simmetria del circuito è tale da consentire l'analisi del solo semicircuito; questo semicircuito si costruisce facilmente tenendo conto del fatto che lo specchio npn usato come generatore può essere immediatamente sostituito con la sua resistenza di uscita r_{O3} :



Quindi, sdoppiando questa resistenza in due resistenze in parallelo di valore $2r_{O3}$ e sconnettendo gli emettitori dei due transistor, si ottiene il semicircuito seguente:



Questo è uno stadio ad emettitore comune con degenerazione $2r_{O3}$, per cui la resistenza di uscita vista dal collettore è

$$R_O = r_{O2} \left(1 + g_{m2} (2r_{O3} // r_{\pi 2}) \right) + (2r_{O3} // r_{\pi 2})$$

Se supponiamo che tutti i BJT considerati siano polarizzati con lo stesso valore della corrente di collettore, le quantità incrementali sono le stesse, per cui

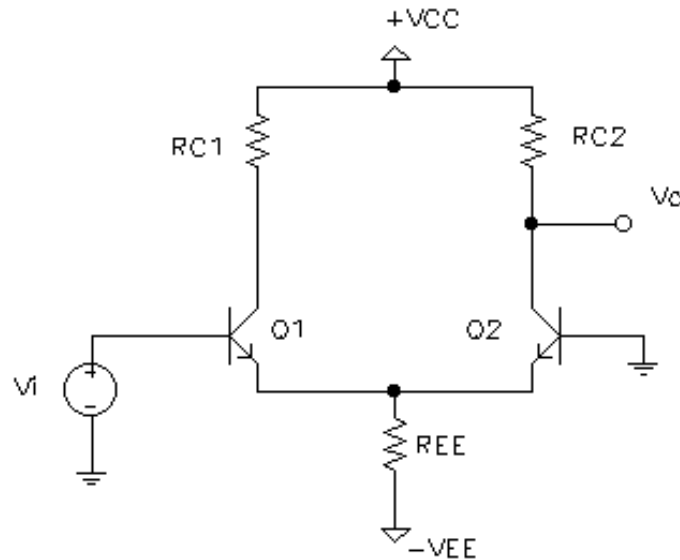
$$R_O = r_O \left(1 + g_m (2r_O // r_\pi) \right) + (2r_O // r_\pi)$$

Inoltre, nel parallelo tra $2r_O$ ed r_π prevale certamente r_π , per cui possiamo anche semplificare e scrivere che

$$R_O \cong r_O (1 + g_m r_\pi) + r_\pi = r_O (1 + \beta) + r_\pi \longrightarrow \boxed{R_O \cong r_O (1 + \beta)}$$

Esempio numerico

Sia dato il circuito rappresentato nella figura seguente:



I dati a disposizione sono i seguenti:

$$R_{C1}=R_{C2}=10k\Omega - V_{CC}=V_{EE}=15V - R_{EE}=14.3k\Omega - V_{BE}=0.7V$$

Calcolare il guadagno di tensione V_o/V_i per piccoli segnali.

Risoluzione

Il circuito è semplicemente uno stadio differenziale ad uscita singola; tale uscita V_o è la tensione di uscita del 2° ramo dello stadio differenziale, per cui sappiamo che essa vale

$$V_o = V_{o2} = -\frac{V_{od}}{2} + V_{oc} = -\frac{A_{dm} V_{id}}{2} + A_{cm} V_{ic}$$

Dato che l'ingresso al circuito è rappresentato da un segnale V_i applicato alla base di Q1, mentre la base di Q2 è a massa, sappiamo che $V_{id}=V_i$ e $V_{ic}=V_i/2$, per cui la formula da applicare diventa

$$V_o = -\frac{A_{dm} V_i}{2} + A_{cm} \frac{V_i}{2} = \left(-\frac{A_{dm}}{2} + \frac{A_{cm}}{2} \right) V_i \longrightarrow A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{2} (-A_{dm} + A_{cm})$$

Andiamo allora a calcolare A_{dm} e A_{cm} mediante le note formule

$$A_{dm} = -g_m R_C$$

$$A_{cm} = -\frac{g_m R_C}{1 + 2g_m R_{EE}}$$

Ricordando che $g_m=I_C/V_T$, dobbiamo calcolare, mediante l'analisi in continua, la corrente di collettore dei due transistor: ricordando che $I_C \cong \frac{I_{EE}}{2}$, dove I_{EE} è la corrente attraverso R_{EE} , abbiamo che

$$I_{EE} = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_{EE}} = \frac{15V - 0.7V}{14.3k\Omega} = 1mA \longrightarrow I_C \cong 0.5mA \longrightarrow g_m = \frac{0.5mA}{25mV} = 0.02(A/V)$$

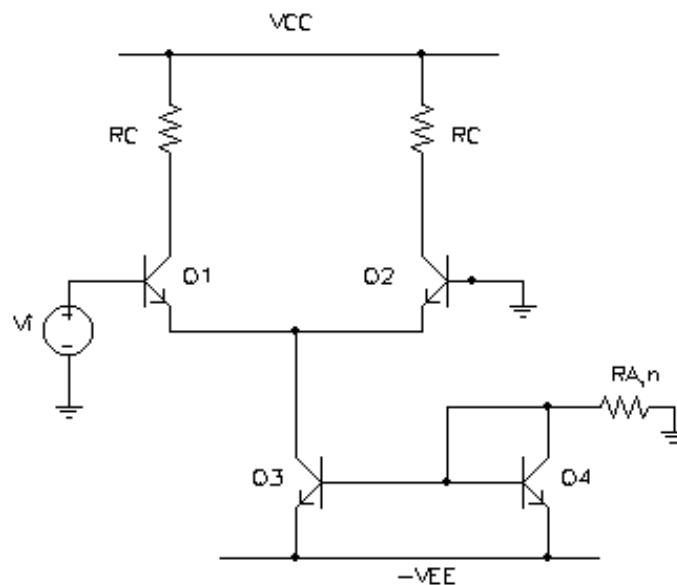
da cui ricaviamo

$$A_{dm} = -0.02 \left(\frac{A}{V} \right) * 10(k\Omega) = -200$$

$$A_{dm} = - \frac{200}{1 + 2 * 0.02 \left(\frac{A}{V} \right) * 14.3(k\Omega)} = -0.35$$

Andando infine nell'espressione del guadagno di tensione, si trova **$A_V=95.98$** .

Adesso realizziamo lo stesso circuito, usando però uno specchio npn semplice come generatore di corrente:



Ci chiediamo come cambiano le prestazioni del circuito.

Naturalmente, il confronto può essere fatto solo a patto che lo specchio eroghi la stessa corrente I_{EE} considerata nel circuito precedente, per cui dobbiamo dimensionare $R_{A,n}$ in base a questo obiettivo:

$$I_{EE} = I_{OUT,n} \cong I_{rif,n} = \frac{V_{EE} - V_{BE4}}{R_{A,n}} \longrightarrow R_{A,n} = \frac{V_{EE} - V_{BE4}}{I_{EE}} = 14.3k\Omega$$

Premesso questo, le formule da applicare per il calcolo del guadagno A_V sono le stesse di prima, a patto però di sostituire alla R_{EE} la resistenza di uscita dello specchio, r_{O3} : supponendo che la tensione

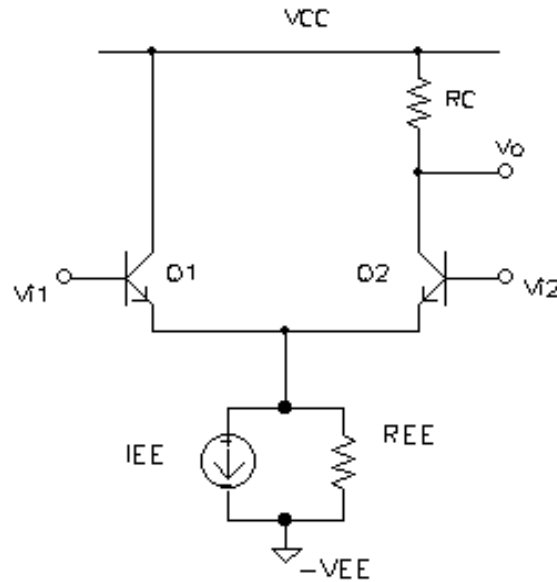
di Early dei 4 transistor sia $V_A=-50V$, abbiamo che $r_{O3} = \frac{|V_A|}{I_C} = 100k\Omega$, per cui

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{dm} = -200 \\ A_{dm} = - \frac{200}{1 + 2 * 0.02 \left(\frac{A}{V} \right) * 100(k\Omega)} = -0.05 \end{array} \right. \longrightarrow A_V = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{2} (-A_{dm} + A_{cm}) = 99.975$$

Si osserva che mentre il guadagno di modo differenziale rimane invariato (in quanto indipendente dalla resistenza di uscita del generatore), il guadagno di modo comune si è ridotto di un ordine di grandezza, il che indica un comportamento ancora migliore dello stadio nei confronti del segnale di modo comune.

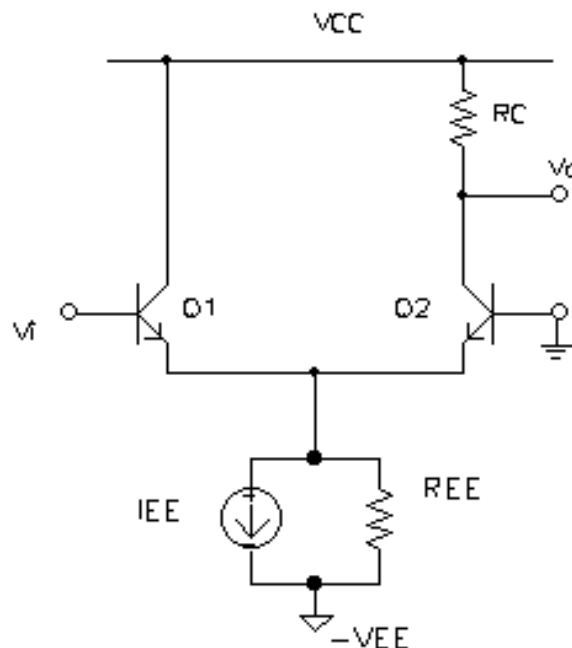
CONFIGURAZIONE CC-CB

Tornando ancora al circuito esaminato nel paragrafo precedente, dato che preleviamo l'uscita solo dal ramo 2, non è essenziale utilizzare la resistenza R_C sul ramo 1, per cui è possibile pensare ad una configurazione circuitale del tipo rappresentato nella figura seguente:



L'aver tolto la resistenza R_{C1} presenta un sicuro vantaggio dal punto di vista delle prestazioni in frequenza del circuito: anche se quest'aspetto sarà chiarito in seguito, possiamo infatti dire, fin da ora, che la R_{C1} determina la presenza di una costante di tempo nel circuito (legata alla capacità C_{μ} di Q1) che costituisce chiaramente un rallentamento della risposta del circuito stesso, ossia l'impossibilità di sfruttarne le prestazioni alle frequenze più elevate.

Per quanto riguarda, invece, il comportamento del circuito sul segnale, non cambia niente rispetto a quando c'era anche R_{C1} . Possiamo renderci conto di questo supponendo che il circuito venga utilizzato (come avviene nella maggior parte delle applicazioni) con un solo ingresso (cioè $V_{i1}=V_i$ e $V_{i2}=0$):



In primo luogo, dire che $V_{i2}=0$ e $V_{i1}=V_i$ equivale a dire che lo stadio differenziale ha, come ingresso, un segnale differenziale V_i ed un segnale di modo comune $V_i/2$ (il quale deriva dal fatto di considerare V_i rispetto a massa e non direttamente applicato tra le basi di Q1 e Q2): basta infatti ricordare le due relazioni

$$\begin{cases} V_{id} = V_{i1} - V_{i2} \\ V_{ic} = \frac{V_{i1} + V_{i2}}{2} \end{cases}$$

e sostituire appunto $V_{i1}=V_i$ e $V_{i2}=0$.

Detto questo, la situazione è la seguente: il “ramo” facente capo a Q1 è semplicemente uno stadio inseguitore di emettitore (**CC**); esso riceve in ingresso la tensione V_i e la riproduce, più o meno esattamente, in uscita; questa uscita (cioè la tensione di emettitore di Q1) fa da ingresso per un inseguitore di corrente (**CB**) come è quello facente capo a Q2.

Nessuno dei due stadi è invertente, per cui tutto lo stadio è non invertente:

$$i_{e1} = -i_{e2} \cong -i_{c2} \longrightarrow V_o = -R_C i_{c2} = R_C i_{e1}$$

In base alla relazione appena determinata, possiamo calcolare l’uscita di modo differenziale e l’uscita di modo comune: infatti, da quanto abbiamo visto in precedenza sullo stadio differenziale classico, sfruttando in particolare i risultati ottenuti mediante l’equivalente di Thevenin, possiamo scrivere che

$$\begin{aligned} \text{modo differenziale} &\longrightarrow i_e = \frac{g_m V_{id}}{2} \\ \text{modo comune} &\longrightarrow i_e = \frac{V_{ic}}{\frac{1}{g_m} + 2R_{EE}} \end{aligned}$$

per cui le rispettive uscite e i rispettivi guadagni, tenendo conto che $V_{id}=V_i$ e $V_{ic}=V_i/2$, sono

$$\begin{aligned} \text{modo differenziale} &\longrightarrow V_{od} = \frac{R_C g_m V_i}{2} \longrightarrow A_{dm} = \frac{V_{od}}{V_i} = \frac{R_C g_m}{2} \\ \text{modo comune} &\longrightarrow V_{oc} = \frac{R_C V_i}{\frac{2}{g_m} + 4R_{EE}} \longrightarrow A_{cm} = \frac{V_{oc}}{V_i/2} = \frac{R_C}{\frac{1}{g_m} + 2R_{EE}} \end{aligned}$$

Come anticipato, il comportamento sul segnale è lo stesso trovato in presenza della R_{C1} .

Autore: **SANDRO PETRIZZELLI**
 e-mail: sandry@iol.it
 sito personale: <http://users.iol.it/sandry>
 succursale: <http://digilander.iol.it/sandry1>